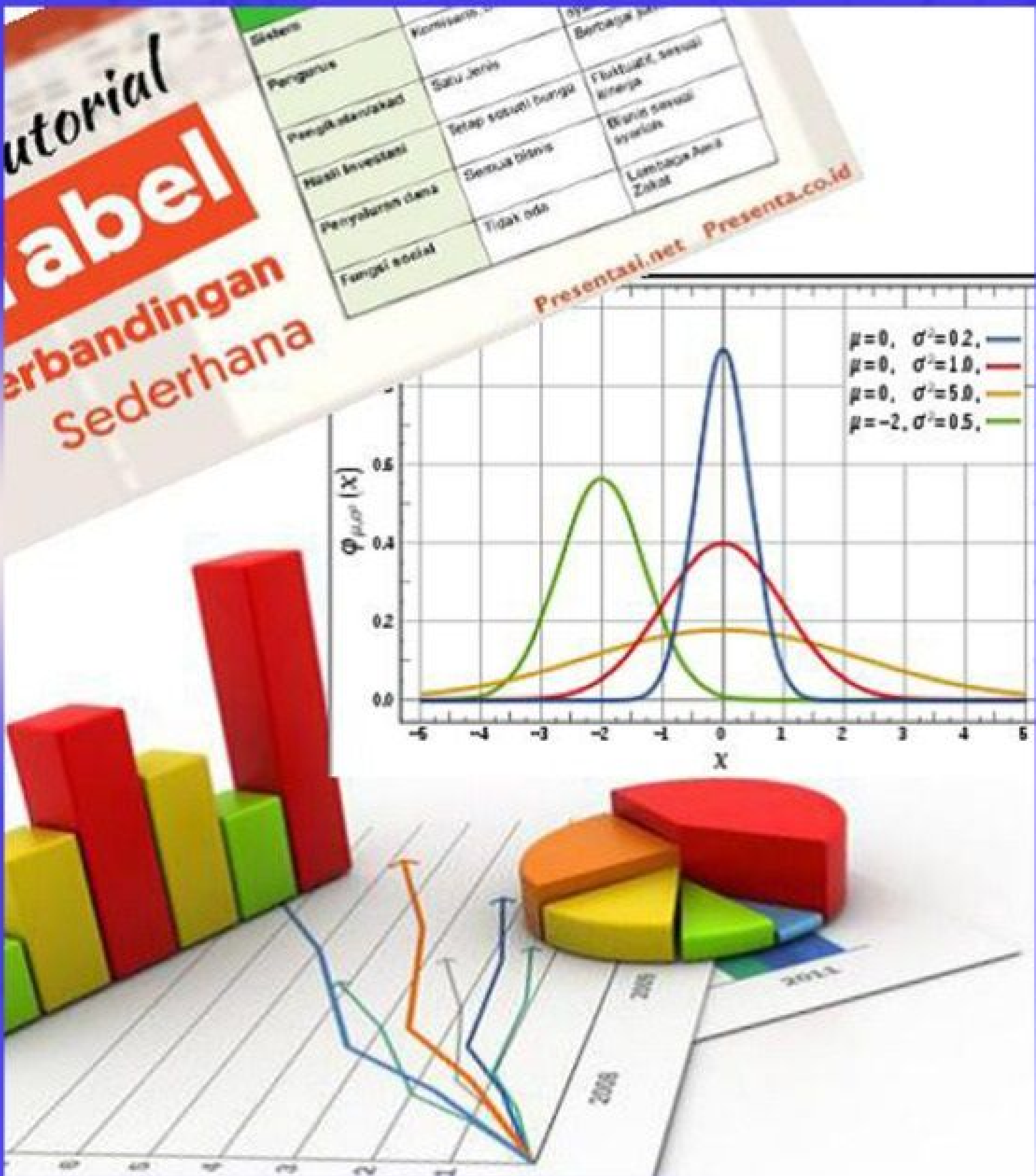
Ismanto Hadi Santoso

STATISTIK II

(Untuk Ilmu Sosial dan Ekonomi)



PENERBIT
UWKSPRESS

STATISTIK II

Prof. Dr. Ir. Ismanto Hadi Santoso, M.S.

**PENERBIT
UWKS PRESS**

STATISTIK II

Perpustakaan Nasional: Katalog Dalam Terbitan (KDT)
ISBN 978-623-90079-3-5
18 × 26 cm
168 hlm
Cetakan ke -1, Agustus 2019

Penulis:
Prof. Dr. Ir. Ismanto Hadi Santoso, M.S.

Editor:
Reza Syehma Bahtiar, S.Pd., M.Pd.

Penerbit:
UWKS PRESS
Anggota IKAPI No.206/Anggota Luar Biasa/JTI/2018
Anggota APPTI No.002.071.1.12019

Jl. Dukuh Kupang XXV/54 Surabaya Jawa Timur 60225
Telp. (031) 5677577
Hp. 085745182452 / 081703875858
Email : uwkspress@gmail.com / uwkspress@uwks.ac.id

Buku ini dipersembahkan kepada:
Siapa saja yang tertarik dan cinta dengan Statistika.
Buat Istri dan anak-anaku, terimakasih atas dorongan dan dukungannya.
Semoga buku ini bermanfaat bagi yang membaca.
Aamiin Yaa Robbalamiin

Kata Pengantar

Buku Statistik II merupakan lanjutan dari Statistik I, sebagai materi pelengkap dalam mempelajari Statistik kususnya dalam melakukan kajian dan analisis ekonomi. Secara umum, isi dari buku ini terdiri dari 8 (delapan) bab, yang dalam setiap bab, selain penjelasan materi (topik) yang dibahas juga dilengkapi dengan contoh soal dan soal-soal latihan.

Delapan bab tersebut meliputi: Bab I, Statistik, Variabel dan Data, yang membahas pengertian Statistik Deskriptif dan Statistik Inferensial, Bab II, Membahas tentang Teori Himpunan, Bab III, membahas tentang Permutasi dan Kombinasi, dan dilanjutkan dengan membahas Probabilitas dalam Bab IV, dimana konsep himpunan, permutasi dan kombinasi merupakan materi dasar untuk menyelesaikan kasus-kasus probabilitas. Bab V, membahas Pendugaan, baik pendugaan terhadap nilai sentral (rata-rata) atau proporsi untuk sample kecil dan sample besar, sedang Bab VI membahas tentang Uji Hipotesis atau Uji Statistik, dengan mengacu pada didtribusi normal. Bab VII, membahas Analisi Trend, baik trend linier maupun tren non-linier, dan Bab VIII yang merupakan bab terakhir dari buku ini membahas Regresi meliputi regresi linier dan regresi non-linier, focus pada Regrei Liner Berganda.

Dengan selesainya buku ini, ucapan terimakasih disampaikan kepada semua pihak yang tidak mungkin saya sebut satu persatu atas dukungan moril dan materiel hingga terbitnya buku ini. Rasa syukur, terutama dipanjatkan pada Tuhan yang Maha Esa, karena hanya kehendakNya semata sehingga buku ini terbit.

Harapan penulis, semoga buku ini bermanfaat kepada pembaca, terutama mahasiswa yang sedang menyelesaikan tugas akhir, dengan menggunakan analisis statistik.

Tidak ada yang sempurna, tapi suatu proses untuk kesempurnaan

Daftar Isi

Halaman

Daftar Tabel

Judul Tabel **Halaman**

Judul Tabel **Halaman**

Daftar Gambar

Halaman

Bab 1

STATISTIK, VARIABEL DAN DATA

Pada bab I ini, dibahas pengertian tentang Statistik, untuk membedakan pengertian antara ***statistik diskriptip*** dengan ***statistik inferensial.*** Selain pengertian statistik, juga membahas pemahaman tentang ***variabel penelitian, jenis-jenis data*** dan ***skala data,*** serta penerapannya dalam analisis statistik, kesesuaian antara skala data dengan alat statistik yang digunakan., sehingga jelas skala data untuk ***statistik parametrik*** dan skala data untuk statistik ***non-parametrik***. Bagian akhir dari bab ini diberi gambaran tentang ***peranan statistik*** untuk kepentingan berbagai pihak.

Kompetensi yang diinginkan

1. Mampu mendeskripsikan dan membedakan antara statistik deskriptif dan statistik inferensial,
2. Mampu memahami pengertian variabel penelitian dan fungsinya,
3. Memahami jenis-jenis data, skala data dan penggunaan data untuk kepentingan analisis statistik
4. Dapat melakukan analisis statistik yang sesuai dengan jenis data dan skala datanya.

1.1. Statistik Deskriptif dan Statistika Inferesial

Statistik (statistic) berasal dari kata “state” yang artinya negara. Karena pada awalnya kata statistik hanya digunakan untuk kepentingan-kepentingan negara saja, terutama untuk pencatatan dan pengolahan data negara, meliputi: berbagai bidang hidup dan kehidupan, sehingga lahirlah istilah statistik, yang pemakaiannya disesuaikan dengan lingkup datanya.

Contohnya, penghasilan orang Indonesia rata-rata Rp. 2.500.000,00 setiap bulan, tingkat inflasi rata-rata di Indonesia 5% setahun, bunga deposito rata-rata 11% setahun, penduduk Indonesia rata-rata tumbuh 2% pertahun, jumlah penduduk yang tinggal di pedesaan rata-rata 70%, penganut agama islam di setiap propinsi rata-rata 90%, dan seterusnya, atau sejenisnya.

Dalam penyajian data, tidak selalu berupa satuan angka seperti rata-rata, tetapi juga berupa kumpulan angka, tetapi disajikan dalam bentuk tabel atau digram dengan uraian yang lebih rinci dan dibagian atas atau bawah dari tabel atau diagram dituliskan judul yang sesuai dengan nama ruang lingkup data yang disajikan. Misalnya judul tabel atau diagram: Statistik Sensus Penduduk, Statistik Pertanian, Statistik Pengeluaran Keuangan, Statistik Industri, Statistik Kesehatan, Statistik Keluarga Berencana, Statistik Kelahiran, dan sebagainya. Statistik yang fungsinya untuk menyajikan data tertentu dalam bentuk tabel dan diagram ini termasuk statistik dalam arti **sempit** atau **statistik deskriptif**.

Pengertian, **statistik dalam arti yang luas,** dikatakan bahwa statistik merupakan salah satu alat untuk mengumpulkan data, mengolah data, menarik kesimpulan dan membuat keputusan berdasarkan hasil analisis data tersebut. Statistik dalam arti luas ini meliputi penyajian data yang meliputi statistik dalam arti sempit di atas tadi. Sehingga, pengertian, statistik dalam arti luas yaitu: kegiatan untuk mengumpulkan data, mengolah data, menarik kesimpulan dan membuat keputusan berdasarkan analisis data yang dikumpulkan dan diolah. Oleh karenanya, statistik dalam arti luas ini meliputi penyajian data (meliputi statistik dalam arti sempit). Statistik dalam arti luas ini disebut juga dengan istilah **statistika**.

a. **Statistik Deskriptif**

Statistik Deskriptif ialah susunan angka yang memberikan gambaran tentang data yang disajikan berupa data mentah atau disajikan dalam bentuk tabel, diagram, histogram, poligon, atau ogive, ukuran penempatan (median, kuartil, desil dan persentil), ukuran gejala pusat atau nilai sentral (rata-rata, median dan modus), simpangan baku, angka baku, kurva normal, korelasi dan regresi linier. Pada statistik deskriptif hanya sekedar menggambarkan keadaan data apa adanya melalui parameter-parameter seperti mean, median, modus, distribusi frekuensi dan ukuran statistik lainnya.

Pada statistika deskriptif, yang perlu disajikan adalah ukuran pemusatan data (measures of central tendency). Ukuran pemusatan data yang sering digunakan adalah ukuran pemusatan data distribusi frekuensi. Ukuran statistik ini cocok untuk data nominal dan data ordinal (data kategorik). Sementara nilai mean adalah ukuran pemusatan data yang cocok untuk data *continuous*. Ukuran deskriptif lain untuk pemusatan data adalah median (nilai tengah) dan modus (nilai yang paling sering muncul).

b. **Statistik Inferensial**

Statistika inferensial mencakup semua metode yang berhubungan dengan analisis sebagian data (contoh) atau juga sering disebut dengan sampel untuk kemudian diolah dan dianalisis, sampai pada peramalan atau penarikan kesimpulan mengenai keseluruhan data induknya (populasi) yang selanjutnya sering digunakan sebagai dasar untuk pengambilan kebijakan

Dalam statistika inferensial diadakan pendugaan parameter (nilai tengah), membuat hipotesis, serta melakukan pengujian terhadap kebenaran hipotesis tersebut, sehingga sampai pada kesimpulan yang berlaku umum (generalisasi). Kesimpulan dari data khusus untuk menyimpulkan secara umum, disebut sebagai kesimpulan induktip karena prosesnya adalah induksi, sebaliknya kesimpulan dari data umum, untuk penyimpulan secara khusus, disebut kesimpulan deduktip karena proses penarikan kesimpulannya adalah deduksi.

c. **Kesimpulan Deskriptip dan Kesimpulan Inferensial**

Berbeda dengan pengertian statistik deskriptip dan statistik infrensial, dalam penarikan kesimpulan pada statistik dibedakan antara **kesimpulan deskriptip** dengan **kesimpulan inferensial**.

Dalam menarik kesimpulan pada kegiatan penelitian, ada kesimpulan yang ditarik (disimpulkan) berdasarkan data populasi atau data sampel, tergantung dari data yang digunakan dalam penelitian itu sendiri.

Kesimpulan yang ditarik berdasarkan data populasi untuk meyimpulkan karakteristik data populasi yang dianalisis (diamati), maka kesimpulan tersebut disebut ***kesimpulan deskriptip***, yaitu kesimpulan dari data populasi untuk menyimpulkan sebaran data populasi itu sendiri.

Sedang ***kesimpulan inferensial***, merupakan kesimpulan yang didasarkan pada sebaran data sampel, tetapi kesimpulannya untuk menyimpulkan data populasi (digeneralisasi) Metode ini disebut juga statistika induktif, karena kesimpulan yang ditarik didasarkan pada informasi dari sebagian data saja. Pengambilan kesimpulan dari statistika inferensial yang hanya didasarkan pada sebagian data saja yang menyebabkan sifat tak pasti, memungkinkan terjadi kesalahan dalam pengambilan keputusan, sehingga pengetahuan mengenai teori peluang mutlak diperlukan dalam melakukan metode-metode statistika inferensial.

1.2. Variabel, Jenis dan Skala Data

Sebelum masuk ke pembahasan skala pengukuran, maka ada hal yang perlu diketahui tentang apa yang akan diukur. Dalam sebuah penelitian, kita pasti menentukan terlebih dahulu variable-varibel penelitian, yang berarti variabel apa yang akan diukur, dan sebenarnya yang lebih penting adalah bagaimana mengukurnya. Untuk itu, mari kita ketahui terlebih dahulu apa itu variabel.

a. Variabel

Variabel adalah suatu atribut, nilai atau sifat dari objek penelitian (individu atau kegiatan) yang memiliki variasi tertentu antara satu objek dengan objek lainnya.

Apabila obyek penelitiannya adalah manusia, maka sebagai variabel pada manusia merupakan suatu atribut manusia, umumnya merupakan karakteristik seperti; inteligensia, jenis kelamin, status sosial, pendidikan, sikap. Variabel juga dapat berupa karakter barang atau jasa, seperti kuat, harga, baik, cepat besar dan sebagainya. Secara umum, variabel dibagi atas 2 (dua), yaitu:

1) Variabel dependen dan variabel bebas. Apabila ada hubungan antara dua variabel, misalnya antara variabel Y dan variabel X, dan jika variabel Y disebabkan oleh variabel X, maka variabel Y adalah variabel dependen dan variabel X adalah variabel bebas.
2) Variabel dapat dilihat sebagai variabel aktif dan variabel atribut. Variabel aktif adalah variabel yang dimanipulasikan oleh peneliti. Variabel atribut

merupakan variabel-variabel yang tidak dapat dimanipulasikan atau sukar dimanipulasi.

b. **Data dan Jenis Data**

Data adalah kumpulan informasi yang diperoleh dari suatu pengamatan, dapat berupa angka, lambang atau sifat. Menurut *Webster New World Dictionary,* pengertian data adalah *things known or assumed*, yang berarti bahwa data itu sesuatu (informasi) yang diketahui atau dianggap. Diketahui artinya yang sudah terjadi merupakan fakta (bukti), sementara data yang dianggap kebenaranya masih diragukan (opini). Data memberikan gambaran tentang suatu keadaan atau fenomena, sehingga data bisa didefinisikan sebagai sekumpulan informasi atau nilai yang diperoleh dari pengamatan (obsevasi) suatu objek. Oleh karena itu data yang baik adalah data yang bisa dipercaya kebenarannya (reliable), tepat waktu dan mencakup ruang lingkup yang luas atau bisa memberikan gambaran tentang suatu masalah secara menyeluruh merupakan data relevan, bukan angapan yang kebenarannya masih diragukan.

Jenis data dapat dibagi, antara lain: berdasarkan *sifatnya, sumbernya, cara memperolehnya*, dan *waktu pengumpulannya.*

1) **Jenis Data Menurut Sifatnya:**

a) **Data Kualitatif**:

data kualitatif adalah data yang tidak berbentuk angka, misalnya: Kuesioner Pertanyaan tentang suasana kerja, kualitas pelayanan sebuah rumah sakit atau gaya kepemimpinan, dll.

b) **Data Kuantitatif**:

data kuantitatif adalah data yang berbentuk angka, misalnya: harga saham, besarnya pendapatan, dll.

2) **Jenis Data Menurut Sumbernya:**

a) **Data Internal**:

data intenal adalah data dari dalam suatu organisasi yang menggambarkan keadaan organisasi tersebut. Contohnya: suatu perusahaan, jumlah karyawannya, jumlah modalnya, atau jumlah produksinya, dll.

b) **Data Eksternal**:

data eksternal adalah data dari luar suatu organisasi yang dapat menggambarkan faktor-faktor yang mungkin mempengaruhi hasil kerja suatu organisasi. Misalnya: daya beli masyarakat mempengaruhi hasil penjualan suatu perusahaan.

3) **Jenis Data Menurut Cara Memperolehnya**:

a) **Data Primer (Primary Data)**:

data primer adalah data yang dikumpulkan sendiri oleh perorangan/suatu organisasi secara langsung dari objek yang diteliti dan untuk kepentingan studi yang bersangkutan yang dapat berupa interview, observasi.

b) **Data Sekunder (Secondary Data):**

data sekunder adalah data yang diperoleh/ dikumpulkan dan disatukan oleh studi-studi sebelumnya atau yang diterbitkan oleh berbagai instansi lain. Biasanya sumber tidak langsung berupa data dokumentasi dan arsip-arsip resmi.

4) **Jenis Data Menurut Waktu Pengumpulannya:**

a) **Data Silang (Cross-section Data):**

yaitu data yang dikumpulkan pada suatu waktu tertentu (at a point of time) untuk menggambarkan keadaan dan kegiatan pada waktu tersebut. Misalnya; data penelitian yang menggunakan kuesioner.

b) **Data Berkala (Timeseries Data):**

yaitu data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu untuk melihat perkembangan suatu kejadian/kegiatan selama periode tersebut. Misalnya, perkembangan uang beredar, harga 9 macam bahan pokok penduduk.

c. **Skala Data**

Skala data merupakan hasil pengukuran yang terdiri atas beberapa jenis skala yang bervariasi. Pengukuran adalah pemberian angka terhadap objek atau fenomena menurut aturan tertentu. Tiga buah kata kunci yang diperlukan dalam memberikan definisi terhadap konsep pengukuran. Kata-kata kunci tersebut adalah angka, penetapan, dan aturan. Pengukuran yang baik, harus mempunyai sifat isomorphism dengan realita. Prinsip isomorphism, artinya terdapat kesamaan yang dekat antara realitas sosial yang diteliti dengan “nilai” yang diperoleh dari pengukuran. Oleh karena itu, suatu instrumen pengukur dipandang baik apabila hasilnya dapat merefleksikan secara tepat realitas dari fenomena yang hendak diukur.

Ada empat skala pengukuran data, yaitu: nominal, ordinal, interval, dan rasio.

1) **Ukuran Nominal**

adalah ukuran yang paling sederhana, dimana angka yang diberikan kepada objek mempunyai arti sebagai label saja, dan tidak menunjukkan tingkatan apa-apa.

Contoh: skala data nominal

Jenis kelamin. Jenis kelamin akan dibedakan menjadi Laki-laki dan Perempuan. Dalam hal ini, hasil pengukuran tidak memiliki tingkatan tertentu. Artinya laki-laki tidak lebih tinggi daripada perempuan, atau sebaliknya, dalam sebuah penelitian, biasanya akan diberi simbol angka sebagai pembeda, misal jenis kelamin laki-laki diberi simbol angka 1, jenis kelamin perempuan diberi simbol 0. Simbol angka disini hanya untuk membedakan saja, tidak menunjukkan bahwa 1 lebih besar dari 0 dan sebagainya.

Contoh lain

Islam, Kristen, Hindu, Budha, Katolik., Juga Nama kota, Bandung, Jakarta, Surabaya, Bogor, dan lain lain. Hal ini hanya untuk pembeda saja, tidak menunjukkan tingkatan tertentu. Dengan kata lain, orang yang lahir di Bandung bukan berarti lebih baik dari Bogor atau yang lainnya.

2) **Ukuran Ordinal**

adalah angka yang diberikan mengandung pengertian tingkatan. Ukuran nominal digunakan untuk mengurutkan objek dari yang terendah ke yang tertinggi atau sebaliknya.

Contoh: skala data ordinal

Sikap seseorang terhadap suatu pernyataan, sikap tersebut berupa sangat setuju, setuju, biasa saja, tidak setuju, sangat tidak setuju. Pada variabel sikap ini dari sangat setuju ke sangat tidak setuju menunjukkan kategori dan memiliki tingkatan. Di dalam sebuah penelitian, kategori tersebut bisa disimbolkan dengan angka, misal angka 5 untuk sangat setuju, angka 4 untuk setuju, angka 3 untuk biasa saja, angka 2 untuk tidak setuju, dan angka 1 untuk sangat tidak setuju.

Contoh lain

misal dalam variabel nilai huruf mutu pada perkuliahan, yaitu nilai A, B, C, D, dan E. Pada nilai ini menunjukkan tingkatan bahwa nilai A lebih besar dari B, dan seterusnya, pangkat atau jabatan juga merupakan skala data ordinal.

3) **Ukuran Interval**

adalah mengurutkan orang atau objek berdasarkan suatu atribut. Selain itu, juga memberikan informasi tentang interval antara satu orang atau objek dengan orang atau objek lainnya. Interval atau jarak yang sama pada skala interval dipandang sebagai mewakili interval atau jarak yang sama pula pada objek yang diukur.

Contoh: skala data interval

Suhu. Misalkan suatu ruangan memiliki suhu 0^0C, ini bukan berarti bahwa ruangan tersebut tidak ada suhunya. Angka 0^0C disini merupakan suhu, hal ini dikarena pada skala interval 0 (nol) bukanlah nilai yang mutlak.

Contoh lain,

Jam 00.00 bukan berarti waktunya kosong atau tidak ada nilainya, karena jam 00.00 sendiri masih menunjukkan waktu dimana jam 00.00 sama dengan jam 12 malam. Umur seseorang juga merupakan data interval, karena umur yang sama tidak selalu memiliki tanggal atau tahun kelahiran yan sama.

4) **Ukuran Rasio**

adalah ukuran yang mencakup semua ukuran sebelumnya ditambah dengan satu sifat lain, yaitu ukuran ini memberikan keterangan tentang nilai absolut dari objek yang diukur. Ukuran rasio mempunyai titik nol, karena itu interval jarak tidak dinyatakan dengan beda angka rata-rata satu kelompok dibandingkan dengan titik nol. Karena ada titik nol tersebut, maka ukuran rasio dapat dibuat perkalian ataupun pembagian. Angka pada skala rasio menunjukkan nilai sebenarnya dari objek yang diukur.

Contoh: skala data rasio

Tinggi badan Wulan adalah 190 cm sedangkan tinggi badan Achmad adalah 95 cm. Pada situasi ini dapat dikatakan bahwa jarak tinggi badan Achmad dengan Wulan adalah 95 cm. Bisa juga dikatakan bahwa tinggi badan Wulan 2 kali tinggi badan Achmad. Contoh lain, misalnya nilai ujian matematika Tono adalah 50, sedangkan nilai Toni adalah 100. Ukuran rasionya dapat dinyatakan bahwa nilai Toni adalah 2 kali nilai Tono.

d. **Pengolahan Data**

Berdasarkan parameternya, untuk kepentingan statistik inferensial, dibedakan antara **statistik Parametrik dan Statistik Non-Parametik.** Desain penelitian menentukan teknik analisis statistik, bukan sebaliknya teknik analisis statistik menentukan rancangan penelitian. Statistik dipakai untuk melayani dan sebagai alat dalam penelitian, bukan untuk menguasainya. Agar kita tepat dalam melakukan analisis data, maka kiranya wajib untuk memahami ***Pemilihan Analisis Statistik berdasarkan jenis data***.

1) Statistik Parametrik

Terkait dengan pengambilan keputusan (inferensi), untuk masalah tertentu dalam penelitian yang membahas parameter-parameter populasi atau sampel, seperti nilai sentral, korelasi dan regresi jenis datanya adalah data ***skala interval atau rasio***, serta ***distribusi datanya normal atau mendekat normal***.

2) Statistik Non-Parametrik

Ciri dari statistik non parametrik jenis skala datanya adalah ***nominal atau ordinal***, dan ***distribusi datanya tidak harus normal*** (tidak diketahui).

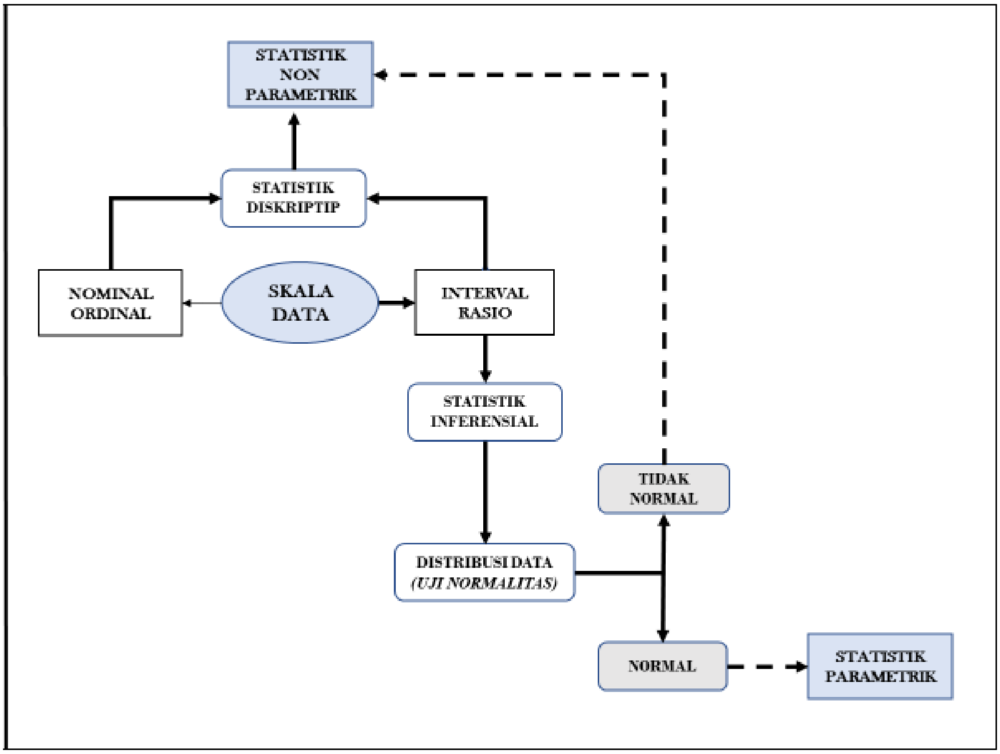
Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya, bahwa skala data dibedakan menjadi 4 (empat), yaitu:

- Data nominal
- Data ordinal
- Data interval (*scale*)
- Data rasio

Sementara analisis statistik dibedakan antara analisis statistik deskripti dengan statistik inferensial.

Untuk skala data Nominal dan ordinal, dalam kepentingan analisis hanya layak untuk analisis deskriptip, tanpa harus menguji normalitas data, sedang untuk analisis inferensial skala datanya adalah interval atau rasio, setelah diuji normalitas dari sebaran data tersebut. Data dengan skala interval – rasio, bila sebaran datanya tidak normal atau setalah dilakukan uji normalitas tidak terdistribusi normal, maka data tersebut hanya dapat dianalisis dengan statistik deskriptip (Non-Parametrik).

PEDOMAN PENGGUNAAN DATA
BERDASAR SKALA DATA



Gambar 1.1. Pedoman Penggunaan Data

1.3. Peranan Statistik

Statistik mempunyai peranan penting dalam berbagai aspek akademik, terutama dalam kegiatan penelitian dan pengambilan kebijakan, beberapa peranan statistik dapat dirasakan bagi:

a. **Calon Peneliti dan Peneliti**

Dalam kehidupan sehari-hari di tengah masyarakat yang dinamis terjadi perubahan data (informasi) yang sangat intensip, kita tidak dapat melepaskan diri dari data, baik data itu bersifat kuantitatif maupun kualitatif. Kedua sifat data tersebut dapat dianalisis baik secara kuantitatif maupun kualitatif atau dilakukan analisis gabungan dari keduanya. Sering kita memperoleh data yang berserakan, atau tidak tersusun secara rapi, dalam menghadapi data yang berserakan itu, aliran kuantitatif yang berarakar dari paham positivisme memandang bahwa data dan kebenaran itu sebenrnya sudah ada di sekitar kita. Oleh karena itu teknik pengumpulkan data yang baik dan benar melalui berbagai metode: pengamatan, wawancara, angket maupun dokumentasi perlu dilakukan atau diperoleh secara objektif. Setelah data terkumpul, maka dilanjutkan dengan mengolah data tersebut dalam bentuk penyajian data seperti dilanjutkan dengan mengolah data tersebut dalam bentuk penyajian data.

Bentuk penyajian dan pengolahan data (analisis statistik) mana yang dipilih, hal ini tergantung kebutuhannya masing-masing. Dalam hal ini statistik deskriptif sangat diperlukan karena peneliti akan dapat mendeskripsikan data yang dikumpulkan, terutama data kulitatip atau data skala nominal ordinal. Pada perkembangan selanjutnya, peneliti ingin membedakan data berdasarkan rata-rata kelompoknya atau menghubungkan data yang satu dengan data yang lainnya bahkan ingin meramalkan pengaruh data (variabel) yang satu dengan data (variabel) yang lainnya, sehingga akhirnya penelti dapat menarik suatu kesimpulan dari data yang telah dianalisisnya. Dalam hal ini teknik statistik inferensial sangatlah diperlukan.

Jadi peranan statistika berfungsi sebagai alat untuk deskripsi, komparasi, korelasi, dan regresi.

b. **Pembaca**

Membaca adalah bagian penting untuk memperoleh informasi, sebagai ilmuwan atau akademisi yang produktif tentunya selalu disibukan oleh kegiatan membaca khususnya membaca laporan-laporan penelitian. Laporan-laporan baik terkait dengan fenomena sosial, ekonomi, politik dan budaya. sesuai dengan profesi masing-masing, antara lain meliputi: Nota keuangan, Laju inflasi, GNP, dan lain sebagainya. Masalahnya ialah "bagaimana sebagai pembaca dapat memahami informasi tersebut salah atau benar?, salah satu untuk menilai adalah mengerti statistik". Sehingga komunikasi antara penulis dan pembaca menjadi lebih efektif. Lebih berbahaya lagi jika pembaca yang kurang statistik berani menerapkannya untuk mengambil keputusan.

c. **Pembingbing Penelitian**

Peneliti maupun pembimbing yang bijaksana mempunyai pandangan yang luas dalam mencari kebenaran. Peneliti dan pembimbing janganlah terlalu sempit menilai kebenaran, dan menganggap bahwa hanya metode itulah stu-satunya alat yang dapat dipakai mencari kebenaran. Karena tidak semua metode kualitatif dapat menyelesaikan semua permasalahan. Demikian pula, tidak semua metode kuantitatif dapat menyelesaikan semua permasalahan. Peneliti maupun pembimbing yang menilai metode kualitatif yang paling benar menunjukan kedangkalan atau mungkin juga ketidaktahuan atau terbatasnya pemahaman terhadap metode lainnya. Selain belum paham dengan metode lain, mungkin juga pemahaman metode kualitatif masih terbatas belum memahami secara penuh sehingga tidak mengerti kelemahan atau kekurangan metode tersebut. Sebaliknya, apakah kita sudah menguasai metode kuantitatif sepenuhnya sehingga menilai metode kualitatif itu tidak baik?. Sebenarnya masing-masing metode baik, tetapi ada kelemahan atau kekurangannya, Di lapangan sering timbul cemoohan oleh peneliti kuantitatif terhadap peneliti kualitatif dengan mengatakan bahwa peneliti kualitatif tidak berani menggunakan kuantitatif oleh karena statistiknya lemah atau tidak memahami statistik. Sebaliknya, peneliti kualitatif mencemoohkan peneliti kuantitaif dengan mengatakan bahwa peneliti kuantitatif itu hanya bekerja dengan angka-angka tampa menyelami makna kualitatif yang ada dibalik angka, dan peneliti kuantitatif hanya menguji hipotesis saja sehingga tidak menghasilkan teori-teori baru bagi perkembangan ilmunya. Dengan adanya cemoohan-cemoohan tersebut, kita sebagai peneliti, pembimbing, atau penguji hendaknya tidak perlu terbawa arus pembelaan ekstrem yang hanya membenarkan salah satu metode saja. Sebagai peneliti dan pembimbing yang kritis kita harus mampu menempatkan kedua metode penelitian itu pada fungsinya masing-masing. Jika mungkin kedua metode itu dapat saling mengisi. Metode mana yang akankita pakai dalam penelitian? Jawabnya ialah tergantung dari masalah apa yang akan diteliti. Sebagai contoh, jika masalah yang akan diteliti adalah sejauh mana distribusi peredaran keuangan, maka mungkin metode kuantitatiflah yang paling cocok dipakai. Jika kita ingin meneliti masalah proses dan sistem nilai budaya masyarakat secara menyeluruh, maka mungkin metode kualitatiflah yang paling cocok. Adakalanya digunakan kedua metode itu, misalnya untuk mengerti data statistik secara mendalam dibutuhkan metode kualitatif terlebih dahulu, sehingga memberikan kedalaman terhadap butir-butir tes dalam menyusun suatu angket.

Sehubungan dengan gabungan kualitatif dan kuantitatif, penelitian yang bersifat kualitatif ini sebaiknya diikuti oleh penelitian kuantitatif, sehingga dapat memberikan kenyataan yang lebih akurat dan berguna dalam kegiatan prediksi dan kontrol. Tidak ada penelitian yang sepenuhnya kualitatif dan juga tidak ada penelitian yang murni kuantitaf.Sebagai contoh, kita telah meneliti secara kualitatif tentang adanya pengaruh informasi langsung Para petugas dan informasi tidak langsung melalui media masa terhadap modernisasi masyarakat. Jika kita dihadapkan kepada pilihan, "Mana yang harus kita dahulukan untuk mempercepat proses modernisasi itu?", maka kita perlu mengadakan penelitian kuantitatif dengan variabel yang tepat, walau di dalamnya ada data kuantitatif walau tidak dominan. Tetapi untuk kasus-kasus tertentu, menggunakan metode kuantitatif lebih tetap, walau dimungkinkan adanya data kualitatf.

d. **Penguji Skripsi, Tesis atau Desertasi**

Penguji skripsi, tesis atau desertasi yang menguji skripsi, tesis atau desertasi mahasiswanya yang menggunakan metode kuantitatif sudah selayaknya memahami statistik sehingga dapat meningkatkan kualitas lulusannya dan wibawa penguji sendiri. Jangan sampai terjadi penguji yang buta statistik tetapi nekat menguji mahasiswanya dengan mengajukan sanggahan bahwa korelasinya 0.90 artinya sangat kecil dan mohon dibetulkan. Karena mahasiswanya gugup, maka ia pun bersedia membetulkannya. Sementara mahasiswa lainnya yang turut mendengarkan dapat menilai betapa bodohnya penguji tersebut. Atau karena lemah statistiknya sehingga tidak berani menguji analisis statistiknya.

e. **Pimpinan (Manajer) dan Administrasi**

Statistik sebagai alat untuk:

1) pengumpulan data baik secara sensus maupun sampling
2) pengolahan atau analisis data
3) penyajian data dalam bentuk laporan manajemen
4) pengambilan keputusan atau perencanaan
5) evaluasi atau pengawasan antara data yang dilaporkan dengan penyimpangan di lapangan
6) melakukan pemecahan masalah manajerial

f. **Ilmu Pengetahuan**

Statistika sebagai disiplin ilmu berguna untuk kemajuan ilmu dan teknologi. Karena itu, kita dituntut untuk memahami statistik lebih mendalam. Jika tidak, kita akan semakin ketinggalan dari perkembangan ilmu dan teknologi dengan negara lainnya. Terlebih-lebih di abad komputer ini, angka-angka sangat berperan dalam komputerisasi.

Statistika dapat sebagai alat:

1) **Deskripsi** yaitumenggambarkan atau menerangkan data seperti mengukur dapmpak dan proses pembangunan melalui indikator-indikator ekonomi, indeksi harga konsumen, tingkat inflasi, GNP, laporan nota keuangan negara dan sebagainya.
2) **Komparasi** yaitu membandingkan data pada dua kelompok atau beberapa kelompok.
3) **Korelasi** yaitu mencari besarnya hubungan data dalam suatu penelitian.
4) **Regresi** yaitu meramalkan pengaruh data yang satu terhadap data yang lainnya. Atau untuk estimasi terhadap kecenderungan-kecenderungan peristiwa yang akan terjadi di masa depan.
5) **Komunikasi** yaitu merupakan alat penghubung antar pihak berupa laporan data statistik atau analisis statistik sehingga kita maupun pihak lainnya dapat memanfaatkannya dalam membuat suatu keputusan.

RINGKASAN:

Statistik dalam arti luas merupakan serangkaian aktivitas, atau kegiatan yang diawali dari mengumpulkan data, mengolah data, menarik kesimpulan dan membuat keputusan berdasarkan analisis data yang dikumpulkan. Statistik dalam arti luas ini di sebut juga dengan istilah statistika, kegiatan statistik yang terbatas pada pengumpulan, penyusunan dan penyajian data tanpa melakukan analisis serta penarikan kesimpulan merupakan statistik deskriptif, sementara kegiatan statistik yang sampai melakukan analisis serta penarikan kesimpulan merupakan statistik inferensial. Dalam penarikan kesimpulan statistik ada dua, yaitu: kesimpulan deskriptip dan kesimpulan inferensial, tergantung jenis data yang digunakan untuk menarik kesimpulan.

Statistik banyak digunakan untuk menganalisis data dalam penelitian, sebelum memahami data, dalam sebuah penelitian, terlebih dahulu menentukan (menetapkan) variable-varibel yang akan diteliti, yang berupa variable penelitian, yaitu variabel yang akan diukur. Jenis data dapat dibagi berdasarkan *sifatnya, sumbernya, cara memperoleh-nya,* dan *waktu pengumpulannya,* sementara skala data dikaitkan dalam kepentingan analisis statistik, dibedakan menjadi 4 (empat), meliputi:

1. **Ukuran nominal**, adalah ukuran yang paling sederhana, dimana angka yang diberikan kepada objek mempunyai arti sebagai label saja, dan tidak menunjukkan tingkatan
2. **Ukuran ordinal** adalah angka yang diberikan mengandung pengertian tingkatan. Ukuran nominal digunakan untuk mengurutkan objek dari yang terendah ke yang tertinggi atau sebaliknya.
3. **Ukuran interval** adalah mengurutkan objek berdasarkan suatu atribut, dengan nilai interval atau jarak yang pada objek yang diukur.
4. **Ukuran rasio**, adalah ukuran yang mencakup semua ukuran sebelumnya ditambah nilai absolut dari objek yang diukur. Ukuran rasio mempunyai titik nol, karena ada titik nol tersebut, maka ukuran rasio dapat dibuat perkalian ataupun pembagian.

Untuk kepetingan analisis statistik, perlu dipahami analisis datanya deskriptip atau inferensial. Apabila datanya hanya dideskriptipkan digunakan statistik deskriptip (Non-Parametrik), tetapi bila akan menarik kesimpulan maka perlu menggunakan statistik inferensial (Parametrik) dimana skala datanya interval atau rasio, dan sebaran datanya harus terdistribusi normal, atau mendekati normal.

SOAL LATIHAN

1. *Apa perbedaan statistik dengan statistika?*
2. *Apa perbedaan statistik deskriptip dengan statistik inferensial ?*
3. *Apa perbedaan kesimpulan deskriptip dengan kesimpulan inferensial*
4. *Apa yang dimaksud dengan variabel ?*
5. *Apa perbedaan variabel bebas dengan variabel tergantung ?*
6. *Apa yang disebut dengan data ?*
7. *Sebutkan beberapa jenis data dalam statistik, dan berikan contohnya !*
8. *Ada berapa jenis skala data ?, berikan contohnya.*
9. *Jelaskan fungsi statistik*
10. *Mengapa ada sekelompok masyarakat yang tidak suka dengan statistik* ?

Bab 2

TEORI HIMPUNAN

Bab II, membahas teori himpunan sebagai konsep dasar dalam menyelesaikan kasus-kasus probabilitas. Teori himpunan yang dibahas dalam bab ini antara lain: pengertian tentang himpunan, jenis-jenis himpunan, diagram venn, serta operasional penyelesaian peristiwa yang terkait dengan himpunan. Pentingnya teori himpunan dalam statistik probabilitas karena banyak masalah (kasus) probabiltas yang peristiwanya berupa kumpulan (himpunan), sehingga konsep dasar dalam perhitungan himpunan sangat diperlukan.

Kompetensi yang diinginkan

1. Mampu memahami dan menjelaskan konsep himpunan
2. Memahami hubungan antar himpunan dan operasinya,
3. Dapat menentukan himpunan dari suatu peristiwa secara tepat,
4. Dapat mengoperasikan dua atau lebih himpunan (sub himpunan) secara tepat
5. Dapat mengetahui perbedaan antara konsep himpan "A dan B" dengan peristiwa "A atau B" dalam himpunan
6. Dapat menerapkannya dalam pemecahan masalah, terutama dalam menghitung besarnya probabilitas suatu peristiwa dari himpunan.

2.1. Pengertian Himpunan

Dalam pengertian yang sederhana, himpunan adalah kumpulan benda atau objek-objek atau lambang-lambang yang mempunyai arti yang dapat didefinisikan dengan jelas mana yang merupakan anggota himpunan dan mana bukan anggota himpunan. Dengan mempelajari himpunan, diharapkan kemampuan logika akan semakin terasah dan akan memacu kita agar kita mampu berpikir secara logis, karena dalam hidup, logika memiliki peran penting karena logika berkaitan dengan akal pikir.

Kegunaan logika antara lain:

1. Membantu setiap orang yang mempelajari logika untuk berpikir secara rasional, kritis, lurus, tetap, tertib, metodis dan koheren.
2. Meningkatkan kemampuan berpikir secara abstrak, cermat, dan objektif.
3. Menambah kecerdasan dan meningkatkan kemampuan berpikir secara tajam dan mandiri.
4. Memaksa dan mendorong orang untuk berpikir sendiri dengan menggunakan asas-asas sistematis.
5. Meningkatkan cinta akan kebenaran dan menghindari kesalahan-kesalahan berpikir, kekeliruan serta kesesatan.
6. Mampu melakukan analisis terhadap suatu kejadian.

Penerapan himpunan dalam kehidupan sehari-hari

Perhatikan objek yang berada di sekeliling kita, misal ada sekelompok mahasiswa yang sedang belajar di kelas A, atau setumpuk buku yang berada di atas meja belajar, sehimpunan kursi di dalam kelas A, sekawanan itik berbaris menuju sawah, sederetan mobil yang antri karena macet dan sebagainya, semuanya merupakan contoh himpunan dalam kehidupan sehari-hari.

Jika kita amati semua objek yang berada disekeliling kita yang dijadikan contoh di atas, dapat didefinisikan dengan jelas dan dapat dibedakan mana anggota himpunan tersebut dan mana yang bukan.

2.2. Dasar-Dasar Teori Himpunan

a. Definisi Himpunan

Himpunan (*set*) adalah kumpulan objek-objek yang berbeda. (Liu, 1986). Himpunan digunakan untuk mengelompokkan sejumlah objek. Objek yang terdapat dalam himpunan disebut elemen, unsur atau anggota. Biasanya notasi himpunan ditulis dengan huruf besar seperti A, B, C, … dan elemen dengan huruf kecil.

b. **Menyatakan Himpunan**

1) Menuliskan tiap-tiap anggota himpunan di antara 2 kurung kurawal
2) Menuliskan sifat-sifat yang ada pada semua anggota himpunan di antara 2 kurung kurawal.

Contoh:

Nyatakan dengan notasi himpunan dengan menuliskan tiap-tiap anggotanya dan sifat-sifatnya himpunan berikut ini:

1. A adalah himpunan bilangan asli antara 1 dan 6
2. B adalah himpunan mata kuliah yang anggotanya adalah : kalkulus, logika matematika, matematika diskrit, statistika, fisika
3. C adalah himpunan bilangan riil yang lebih besar dari 5
4. D adalah himpunan yang terdiri dari bilangan 2, 4, 6, 8, 10
5. E adalah himpunan bilangan riil kurang dari 5 dan lebih besar dari 10

Jawab :

1. A adalah himpunan bilangan asli antara 1 dan 6
   - *Dengan menulis tiap-tiap anggotanya*

     A = {2, 3, 4, 5}
   - *Dengan menulis sifat-sifatnya*

     $A = \{x \mid 1 < x < 6, x \in \text{Asli}\}$
2. B adalah himpunan mata kuliah yang anggotanya adalah: kalkulus, logika matematika, matematika diskrit, statistika, fisika
   - *Dengan menulis tiap-tiap anggotanya*

     B = {kalkulus, logika matematika, matematika diskrit, statistika, fisika}.
   - *Dengan menulis sifat-sifatnya*

     B, tidak bisa dituliskan sifat-sifatnya, karena tidak ada sifat yang sama di antara anggota-anggotanya
3. C adalah himpunan bilangan riil yang lebih besar dari 5
   - *Dengan menulis tiap-tiap anggotanya*

     C tidak bisa dituliskan anggota-anggotanya, karena jumlah anggota C tak terhingga.

- *Dengan menulis sifat-sifatnya*

  C = {x | x > 5, x $\in$ Riil}

4. D adalah himpunan yang terdiri dari bilangan 2, 4, 6, 8, 10
   - *Dengan menulis tiap-tiap anggotanya*

     D = {2, 4, 6, 8, 10}
   - *Dengan menulis sifat-sifatnya*

     D = {x | x adalah 5 buah bilangan asli pertama yang genap}
5. E adalah himpunan bilangan riil lebih kecil dari 5 dan lebih besar dari 10
   - *Dengan menulis tiap-tiap anggotanya*

     E = tidak bisa dituliskan anggota-anggotanya, karena jumlah anggota E tak terhingga.
   - *Dengan menulis sifat-sifatnya*

     E = {x | x < 5 dan x > 10, x $\in$ Riil}

c. **Diagram Venn**

Penyajian himpunan dengan diagram Venn ditemukan oleh seorang ahli matematika Inggris bernama John Venn tahun 1881. Himpunan semesta digambarkan dengan segiempat dan himpunan lainnya dengan lingkaran di dalam segiempat tersebut.

Contoh:

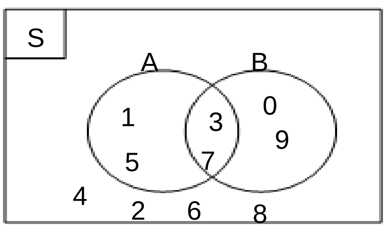
Gambarkan dengan diagram Venn himpunan-himpunan berikut ini :

1. S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7} dan B = {0, 3, 7, 9}
2. S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {0, 1, 3, 7} dan B = {2, 4, 6}
3. S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {0, 1, 2, 3, 5, 6, 7} dan B = {0, 1, 3, 7}

Jawab :

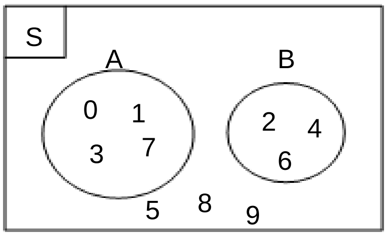
1. S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7} dan B = {0, 3, 7, 9}

   Diagram Venn:



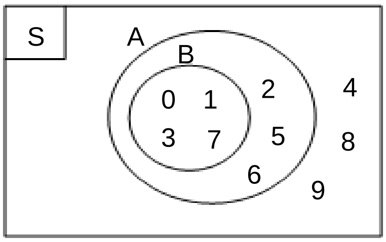
2. S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {0, 1, 3, 7} dan B = {2, 4, 6}

Diagram Venn:



3. S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {0, 1, 2, 3, 5, 6, 7} dan B = {0, 1, 3, 7}

Diagram Venn:



d. Kardinalitas

Misalkan himpunan A mempunyai anggota yang berhingga banyaknya. Jumlah anggota himpunan A disebut kardinal dari himpunan A, ditulis dengan notasi n(A).

Contoh :

Tentukan kardinalitas dari himpunan berikut:

1. A = {2, 4, 6, 8, 10}
2. B = {x | 1 < x < 6, x ∈ Asli}
3. C = {x | x > 5, x ∈ Riil}
4. D = {x | x bilangan cacah yang lebih kecil dari 10}
5. E = {x | x bilangan prima yang lebih kecil dari 15}

Jawab:

1. A = {2, 4, 6, 8, 10}
   n (A) = 5
2. B = {x | 1 < x < 6, x $\in$ Asli}
   B = {2, 3, 4, 5}
   n(B) = 4
3. C = {x | x > 5, x $\in$ Riil}
   n(C) = ~
4. D = {x | x bilangan cacah yang lebih kecil dari 10}
   D = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ,9}
   n(D) = 10
5. E = {x | x bilangan prima yang lebih kecil dari 15}
   E = {2, 3, 5, 7, 11, 13}
   n (E) = 6

e. **Himpunan Bagian dan Kesamaan Himpunan**

1**) Himpunan Bagian**

Himpunan A dikatakan himpunan bagian dari himpunan B jika dan hanya jika setiap anggota A merupakan anggota B.

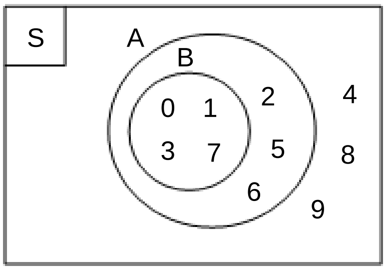
Notasi $A \subseteq B \Leftrightarrow ((\forall x)\ x \in A \Rightarrow x \in B)$

Contoh:

S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {0, 1, 2, 3, 5, 6, 7} dan B = {0, 1, 3, 7}

$B \subseteq A$

Diagram Venn:



Gambar 2.1. Diagram Venn Himpunan Bagian

2) **Kesamaan Himpunan**

Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika dan hanya jika setiap anggota A adalah anggota B dan setiap anggota B adalah anggota A.

Notasi : $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

Contoh:

S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
A = {x | x (x – 1)(x – 3) = 0, x ∈ Riil}
B = {0, 1, 2, 3, 5, 6, 7}

A = {0, 1, 3}
$A \subseteq B$

f. **Himpunan Semesta dan Himpunan Kosong**

Himpunan Semesta, ditulis dengan simbol S atau U adalah himpunan semua objek yang dibicarakan sedangkan himpunan yang tidak mempunyai anggota disebut himpunan kosong, ditulis dengan simbol ϕ atau { }.

g. **Himpunan Saling Lepas**

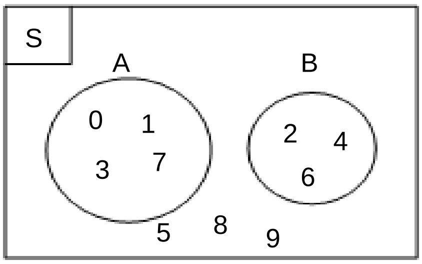
Himpunan A dan himpunan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika kedua himpunan tidak mempunyai anggota yang sama.

Notasi: A // B

Contoh:

S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {0, 1, 3, 7} dan B = {2, 4, 6}

Diagram Venn:



Gambar 2.2. Diagram Venn Saling Lepas

h. **Himpunan yang Ekivalen**

Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B, jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan sama.

Notasi : $A \sim B \quad \Leftrightarrow \quad n(A) = n(B)$

Contoh:

$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$A = \{0, 1, 3, 7\} \Rightarrow n(A) = 4$

$B = \{2, 4, 6, 7\} \Rightarrow n(B) = 4$

$n(A) = n(B) \Rightarrow A \sim B$

i. **Himpunan Kuasa**

Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan A adalah himpunan yang anggotanya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan semesta dan himpunan kosong.

Notasi : p (A)

Contoh :

$A = \{1, 2, 3\}$

$p(A) = \{\{\ \}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

2.3 Operasional Himpunan dan Sifatnya

a. **Operasi pada Himpunan**

1) **Gabungan**

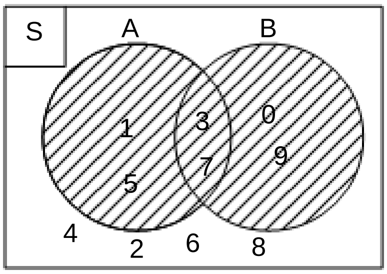
Gabungan (*union*) dari himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap anggotanya merupakan anggota himpunan A atau himpunan B.

Notasi : $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Contoh:

$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{0, 3, 7, 9\}$

Diagram Venn: $A \cup B = \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$



Gambar 2.3. Diagram Venn Gabungan

Irisan

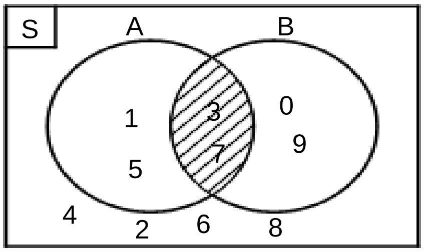
Irisan (*intersection*) dari himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap anggotanya merupakan anggota dari himpunan A dan anggota himpunan B.

Notasi : $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Contoh:

S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7} dan B = {0, 3, 7, 9}

Diagram Venn: $A \cap B = \{3, 7\}$



Gambar 2.4. Diagram Venn Irisan

2) **Komplemen**

Komplemen himpunan A terhadap himpunan semesta S adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota S yang bukan anggota A.

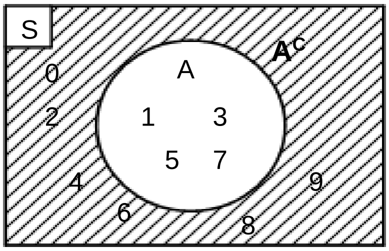
Notasi: $A^c = \{x \mid x \in S \wedge x \notin A\}$

atau $\overline{A} = \{x \mid x \in S \wedge x \notin A\}$

Contoh:

S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7}

Diagram Venn: A^C = {0, 2, 4, 6, 8, 9}



Gambar 2.5. Diagram Venn Komplemen

3) **Selisih**

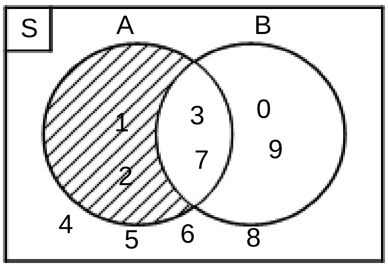
Selisih himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A dan bukan anggota himpunan B. Selisih himpunan A dan B adalah komplemen himpunan B terhadap himpunan A.

Notasi : $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
atau $A - B = A \cap \overline{B}$

Contoh:

S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 2, 3, 7} dan B = {0, 3, 7, 9}

Diagram Venn: A – B = {1, 2}



Gambar 2.6. Diagram Venn Selisih

4) **Beda Setangkup**

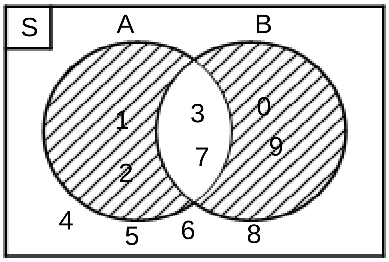
Beda Setangkup (*symetric difference*) dari himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya ada pada himpunan A atau B, tetapi tidak pada keduanya.

Notasi : $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$
atau: $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$

Contoh:

S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 2, 3, 7} dan B = {0, 3, 7, 9}

Diagram Venn: $A \oplus B$ = {1, 2, 8, 9}



Gambar 2.7. Diagram Venn Setangkup

b. **Sifat-sifat Operasi pada Himpunan**

1) Hukum Identitas

a) $A \cup \phi = A$
b) $A \cap S = A$
c) $A \oplus \phi = A$

2) Hukum Null

a) $A \cap \phi = \phi$
b) $A \cup S = S$
c) $A \oplus A = \phi$

3) Hukum Komplemen

a) $A \cup A^c = S$
b) $A \cap A^c = \phi$

4) Hukum Idempoten

a) $A \cup A = A$
b) $A \cap A = A$

5) Hukum Involusi

$(A^c)^c = A$

6) Hukum Penyerapan

a) $A \cup (A \cap B) = S$
b) $A \cap (A \cup B) = A$

7) Hukum Komutatif

a) $A \cup B = B \cup A$
b) $A \cap B = B \cap A$
c) $A \oplus B = B \oplus A$

8) Hukum Asosiatif

a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
c) $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$

9) Hukum Distributif

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

10) Hukum De Morgan

a) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
b) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

2.4 Prinsip-Prinsip Himpunan

1. Prinsip Dualitas

Selain dari beberapa sifat operasi pada himpunan ada cara lain dengan mengganti tanda $\cup$ dengan $\cap$, $\cap$ dengan $\cup$, ϕ dengan U, U dengan ϕ. Cara ini dikenal dengan Prinsip Dualitas. Prinsip Dualitas sering digunakan untuk menurunkan hukum yang lain dan membuktikan suatu kalimat himpunan.

Tabel 2.1

Penelisan Himpunan Dualitas

1) Hukum Identitas: $A \cup \phi = A$	Dualnya: $A \cap U = A$
2) Hukum Null: $A \cap \phi = \phi$	Dualnya: $A \cup U = U$
3) Hukum Komplemen: $A \cup \overline{A}$	Dualnya: $A \cap \overline{A} = \phi$
4) Hukum Idempoten: $A \cup A = A$	Dualnya: $A \cap A = A$
5) Hukum Penyerapan: $A \cup (A \cap B) = A$	Dualnya: $A \cap (A \cup B) = A$
6) Hukum Komutatif: $A \cup B = B \cup A$	Dualnya: $A \cap B = B \cap A$
7) Hukum Asosiatif: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Dualnya: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
8) Hukum Distributif: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Dualnya: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9) Hukum Komutatif: $A \cup B = B \cup A$	Dualnya: $A \cap B = B \cap A$
10) Hukum De Morgan: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	Dualnya: $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

2. Pembuktian Kalimat Himpunan

Kalimat himpunan adalah pernyataan yang menggunakan notasi himpunan, kalimat himpunan dapat berupa kesamaan himpunan, dan untuk membuktikan kebenaran pada kesamaan himpunan dapat digunakan beberapa cara untuk memperoleh kesimpulan benar. Salah satunya "pembuktian dengan sifar operasi pada himpunan".

Contoh:

Buktikan:

1. $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$
2. $A \cup (B - A) = A \cup B$
3. $(A - B) - C = (A - C) - 3$
4. $A \cup (\overline{A \cup B}) = A \cup \overline{B}$
5. $A \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup B$
6. $A \cap (\overline{A} \cup B) = A \cap B$

Bukti:

1. $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A \cap (B \cup \overline{B})$ (hukum distributif)
   $= A \cap S$ (hukum komplemen)
   $= A$ (hukum identitas)
2. $A \cup (B - A) = A \cup (B \cap \overline{A})$ (definisi operasi selisih)
   $= (A \cup B) \cap (A \cup \overline{A})$ (hukum distributif)
   $= (A \cup B) \cap S$ (hukum komplemen)
   $= A \cup B$ (hukum identitas)
3. $(A - B) - C = (A \cap \overline{B}) - C$ (definisi operasi selisih)
   $= (A \cap \overline{B}) \cap \overline{C}$ (definisi operasi selisih)
   $= (A \cap \overline{C}) \cap \overline{B}$ (hukum assosiatif)
   $= (A - C) \cap \overline{B}$ (definisi operasi selisih)
   $= (A - C) - B$ (definisi operasi selisih)

4. $A \cup (\overline{A \cup B}) = A \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$ (hukum De Morgan)

$= (A \cup \overline{A}) \cap (A \cup \overline{B})$ (hukum distributif)

$= S \cap (A \cup \overline{B})$ (hukum komplemen)

$= A \cup \overline{B}$ (hukum identitas)

5. $A \cup (\overline{A} \cap B) = (A \cup \overline{A}) \cap (A \cup B)$ (hukum distributif)

$= S \cap (A \cup B)$ (hukum komplemen)

$= A \cup B$ (hukum identitas)

6. $A \cap (\overline{A} \cup B) = (A \cap \overline{A}) \cup (A \cap B)$ (hukum distributif)

$= \phi \cup (A \cap B)$ (hukum komplemen)

$= A \cap B$ (hukum identitas

RINGKASAN :

Dalam pengertian tentang himpunan, selain memahami tentang himpunan juga perlu dimengerti bagaimana menyatakan himpunan. Ada beberapa konsep dasar dalam perhitungan himpunan, dimana konsep himpunan dapat dilihat pada Diagram Venn, yang secara umum himpunan Kosong, himpunan Saling Lepas (*Disjoint*), himpunan Gabungan (*Union)*, himpunan Irisan (I*ntersection*), himpunan Komplemen (*Complement*), serta himpunan Beda Setangkup (*Symetric Difference*), baik dalam penulisan maupun teknik perhitunganya.

SOAL LATIHAN

1. *Kelas 8D terdiri dari 31 orang siswa. Lalu ada 15 orang siswa yang mengikuti kompetisi matematika, kemudian ada juga 13 orang siswa yang mengikuti kompetisi IPA, dan sisanya ada 7 orang siswa yang tidak mengikuti kompetisi apapun. Hitunglah berapa banyak siswa yang mengikuti kedua kompetisi tersebut ?*

2. *Dari 28 orang siswa yang mengikuti kegiatan ekstrakurikuler sekolah, masing-2 anak ada 15 orang siswa yang mengikuti pramuka, 12 orang siswa yang mengikuti futsal dan yang terakhir 7 orang siswa yang mengikuti keduanya. Hitunglah berapa banyak siswa yang tidak mengikuti ekstrakurikuler pramuka maupun ekstrakurikuler futsal ?*

3. *Di ketahui :*

   $A = \{ x \mid 1 < x \ \ 5,$ *maka x ialah bilangan bulat* $\}.$

   $B = \{ x \mid x \ \ 5,$ *maka x ialah bilangan prima* $\}.$

   Maka tentukanlah hasil dari $A \cup B$ *?*

4. *Di ketahui :*

   $A = \{ x \mid 1 < x \ \ 20,$ *maka x ialah bilangan prima* $\}.$

   $B = \{ y \mid 1 \ y \ 10,$ *maka y ialah bilangan ganjil* $\}.$

   Maka tentukanlah hasil dari $A \cap B$ *?*

5. *Di dalam sebuah kelas tercatat ada 21 orang siswa yang gemar bermain basket, lalu ada juga 19 orang siswa yang gemar bermain sepak bola, kemudian ada juga 8 orang siswa yang gemar bermain basket dan sepak bola. Hitung berapa banyak siswa yang gemar bermain basket saja atau atau gemar bermain sepak bola saja*

6. *Di perusahaan apple terdapat 69 orang pelamar yang harus mengikuti tes tertulis dan tes wawancara agar dapat diterima sebagai karyawan. Dan ternyata ada 32 orang pelamar lulus untuk tes wawancara, lalu kemudian ada 48 orang pelamar lulus untuk tes tertulis, dan akhirnya ada juga 6 orang pelamar yang tidak mengikuti kedua tes tersebut.*

   Hitunglah berapa banyak pelamar yang akan diterima sebagai karyawan ?

7. *Siswa di dalam kelas 9C di SMP Cinta Damai ada 45 orang siswa. Tiap-2 siswanya memilih 2 buah jenis pelajaran yang mereka sukai. Diketahui ada 27 orang siswa yang menyukai pelajaran matematika dan 26 orang siswa yang menyukai pelajaran bahasa inggris.*

   Sementara siswa yang tidak menyukai kedua pelajaran tersebut ada 5 orang siswa. Maka tentukanlah banyak siswa yang menyukai pelajaran bahasa inggris dan matematika serta buatlah juga diagram venn nya ?!

8. *Dari 40 orang anggota dari karang taruna, ada 21 orang yang gemar bermain tenis meja, lalu ada juga 27 orang yang gemar bermian bulutangkis, dan ada juga 15 orang yang gemar bermain tenis meja dan bulutangkis.*

   Maka hitunglah berapa banyak anggota karang taruna yang tidak gemar bermain tenis meja maupun bulutangkis ?

9. *Dari 40 orang bayi, diketahui bahwa ada 18 orang bayi yang suka memakan pisang, lalu ada juga 25 bayi yang suka makan bubur, dan ada pula 9 orang bayi yang menyukai keduanya.*

   Maka hitunglah berapa banyak bayi yang tidak menyukai pisang dan bubur?

10. *Dari 42 kambing yang ada di kandang milik pak Doni, ada 30 kambing yang menyukai rumput gajah, dan pula 28 ekor kambing yang menyukai rumput teki.*

    Apabila ada 4 ekor kambing yang tidak menyukai kedua rumput tersebut, maka tentukanlah berapa ekor kambing yang menyukai rumput gajah dan rumput teki tersebut ?

Bab 3

PERMUTASI DAN KOMBINASI

Sebagaimana halnya konsep pada **himpunan, permutasi** dan **kombanasi** merupakan materi yang perlu dipahami untuk mendukung dalam penyelesaian kasus-kasus perhitungan probabilitas, yaitu probabilitas dari suatu peristiwa yang diinginkan atau yang diharapkan, agar tidak salah dalam menganilis peristiwa yang diinginkan sebuah peristiwa permutasi atau peristiwa kombinasi. Bab ini, selain menjelaskan pengertian dan perbedaan antara permutasi dan kombonasi, juga akan dibahas rumus-rumus untuk menghitung permutasi dan kombinasi, dan dilengkapi dengan contoh-contoh penyelesaian kasus permutasi dan kombinasi. Sebelum membahas teknik perhitungan permutasi dan kombinasi akan dibahas terlebih dahulu bilangan faktorial, sebagai dasar dalam menyelesaikan kasus permutasi dan kombinasi.

Kompetensi Akhir yang diinginkan

1. Dapat memahami dan menjelaskan tentang permutasi dan kombinasi
2. Dapat mengetahi perbedaan antara kasus permutasi dengan kasus kombinasi
3. Dapat menghitung (menyelesaikan) kasus-kasus permutasi dan kombinasi

3.1. Pengertian Permutasi dan Kombinasi

Hal yang penting dalam memahami **permutasi** dan **kombinasi** adalah membedakan permasalahan yang termasuk dalam permutasi atau termasuk dalam kombinasi. Permasalahan yang selalu muncul berupa soal cerita dan dituntut agar bisa membedakan masalah-masalah yang sedang dihadapi (diselesaikan) tersebut termasuk dalam masalah permutasi ataupun kombinasi. Hingga tak terjadi kesalahan dalam menggunakan rumus untuk menyelesaikan masalah tersebut.

Secara sederhana, perbedaan antara permutasi dengan kombinasi adalah: ***permutasi adalah*** banyaknya **cara untuk membuat susunan** dengan **urutan susunan** yang berbeda dari sejumlah (n) anggota tertentu (berbeda) dari anggota-anggota suatu himpunan, sedang ***kombinasi ialah*** banyaknya cara memilih anggota pada jumlah (n) anggota tertentu (berbeda) dari dari anggota-anggota suatu himpunan dengan memperhatikan **unsur anggota**, sehinga tidak dimungkinkan anggota yang sudah dipilih terpilih kembali. Atau dengan kalimat lain kombinasi yaitu banyaknya cara membuat himpunan bagian dengan jumlah anggota tertentu dari anggota-anggota suatu himpunan.

Contoh sederhana dalam permutasi, jika terdapat suatu himpunan abjad **abc**, maka himpunan itu dapat disusun kembali dengan urutan yang berbeda: **acb, acb, bac**, dan seterusnya. Selengkapnya ada 6 (enam) cara menuliskan ketiga huruf tersebut dalam ***urutan susunan yang berbeda*** satu sama lain, yaitu:

abc   acb   bac   bca   cab   cba

Sementara, himpunan abjad ***abc*** tersebut bila ingin dikombinasikan, hanya diperoleh satu susunan kombinasi, yaitu abc itu sendiri, karena **acb bac bca cab** atau **cba** ***mempunyai unsur yang sama*** dengan abc.

Untuk membantu pemahaman konsep dasar perhitungan permutasi dan kombinasi, terlebih dipahami analisis **bilangan faktorial**.

3.2. Bilangan Faktorial

Faktorial adalah perkalian antara bilangan bulat positif (bilangan asli) yang kurang dari atau sama dengan *n*. Faktorial ditulis sebagai *n*! dan disebut n faktorial. Secara umum dapat dituliskan sebagai:

$n! = n(n-1) \,.\, (n-2) \,.\, (n-3) \,.\; \ldots 3.2.1$

$0! = 1$ dan $1! = 1$

Contoh :

$3! = 3 \,.\, (3-1) \,.\, (3-2) = 3 \,.\, 2.\, 1 = 6$

$5! = 5 \,.\, (5-1) \,.\, (5-2) \,.\, (5-3) \,.\, (5-4) = 5 \,.\, 4 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 1 = 120$

Berikut ini adalah faktorial 1 sampai dengan faktorial 10.

1! =1

2! =1×2=2

3! =1×2×3=6

4! =1×2×3×4=24

5! =1×2×3×4×5=120

7! =1×2×3×4×5×6×7=5040

8! =1×2×3×4×5×6×7×8=40320

9! =1×2×3×4×5×6×7×8×9=362880

10!=1×2×3×4×5×6×7×8×9×10=3628800

3.3. Permutasi

Permutasi adalah penyusunan kembali suatu kumpulan atau himpunan objek (n) yang berbeda dalam urutan yang berbeda dari urutan yang semula dengan memperhatikan perbedaan urutan dari susunan obyek tersebut. Dalam penyusunan kembali tersebut bisa terdiri dari semua (n) atau sebagian (r) obyek dari suatu himpunan tersebut, dengan ketentuan ($r \leq n$).

Jika terdapat suatu himpunan abjad ***abcd***, maka himpunan itu dapat disusun kembali dengan urutan yang berbeda: ***acbd, dacb***, dan seterusnya. Selengkapnya ada 24 cara menuliskan keempat huruf tersebut dalam urutan yang berbeda satu sama lain.

abcd	abdc	acbd	acdb	adbc	adcb
bacd	badc	bcad	bcda	bdac	bdca
cabd	cadb	cbad	cbda	cdab	cdba
dabc	dacb	dbac	dbca	dcab	dcba

Di setiap langkah, kita memiliki sejumlah pilihan yang semakin berkurang. Maka banyaknya semua kemungkinan permutasi adalah 4×3×2×1 = 24 buah. Jika banyaknya kartu 5, dengan cara yang sama dapat diperoleh ada 5×4×3×2×1 = 120 kemungkinan.

Sebagaimana dijelaskan sebelumnya, dalam permutasi perlu dipahami terlebih dahulu terkait dengan faktorial (!), yaitu hasil kali bilangan bulat dari 1 sampai n, yang disebut dengan n! (dibaca: n faktorial) atau:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-k) \times .... \times 2 \times 1$$

Contoh:

$$5! = b \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

Penggunaan faktorial merupakan cara paling sederhana untuk mengitung berapa banyak sebuah himpunan sebanyak n obyek dapat disusun kembali dengan susunan urutan obyek yang berbeda,

Ada beberapa konsep dalam menyelesaikan kasus permutasi, antara lain **permutasi seluruh obye**k (permutasi n dari n obyek) dan **permutasi sebagian dari seleruh obyek** (permutasi r dari n obyek) dimana $r < n$. Selain berdasarkan jumlah obyek yang dipermutasikan, juga berbeda antara permutasi **dengan pemulihan** dan permutasi **tanpa pemulihan**.

a. **Permutasi Dengan Pemulihan Dan Permutasi Tanpa Pemulihan**.

1) **Pemutasi Dengan Pemulihan**.

Pemutasi dengan pemulihan artinya unsur yang sudah disusun (terpilih) **dapat** disusun kembali.

Contoh:

Ada himpunan yang terdiri dari 4 (empat) unsur yan berbeda, misalnya A, B, C dan D. Bila keempat unsur tersebut kita permutasikan semua dengan pemulihan, maka akan tersusun AAAA, BBBB, CCCC, DDDD, AAAB, AAAC, AAAD dan seterus sehingga ada sebanyak 256 cara (susunan).

Bila A warna Merah (M), B warna Kuning (K), C warna Hijau (H), dan D warna Biru (B) dan keempat warna tersebut akan kita gunakan untuk mengecat empat dinding dikamar, bila warna yang sudah dipilih bisa dipilih kembali akan ada dinding kamar yang berwaran MMMM, KKKK, HHHH dan seterusnya.

Permutasi n obyek dari n (seluruh) obyek yang berbeda (dengan pemulihan)

Rumus: $nPn = n^n$

Permutasi 4 obyek dari 4 (seluruh) obyek yang bebeda (dengan pemulihan)

$_4P_4 = 4^4 = 256$

2) **Permutasi Tanpa Pemulihan.**

Permutasi tanpa pemulihan, artinya unsur yang sudah disusun **tidak dapat** disusun kembali.

Bila himpunan yang terdiri dari 4 (empat) unsur yan berbeda, misalnya A, B, C dan D, tersebut kita permutasikan semua tanpa pemulihan, maka akan tersusun ABCD, ABDC, ACBD, ACDB, ADBC, ADCB, BACD, BA DC dan seterus sehingga ada sebanyak 24 cara (susunan).

Permutasi n obyek dari n (seluruh) obyek yang berbeda (tanpa pemulihan)

Rumus: $nPn = n!$

Permutasi 4 obyek dari 4 (seluruh) obyek yang bebeda (tanpa pemulihan)

$_4P_4 = 4\,! = 24$

b. **Permutasi Sebagian**

Permutasi sebagian, merupakan permutasi sebanyak r obyek dan n obyek yang berbeda ($n < r$). Dalam permutasi sebagian juga dapat dilakukan dengan pemulihan atau tanpa pemulihan.

1) Permutasi sebanyak r dari n obyek **dengan pemulihan** obyek yang terpilih

Jumlah permutasi dari suatu himpunan yang terdiri dari n obyek dan yang dipermutasikan (diambil sekaligus) sebanyak r dengan pemulihan obyek yang terpilih.

Rumus: $nP^r = n^r$

dengan ketentuan $r < n$ dan merupakan bilangan positif

Contoh:

Jumlah permutasi dari suatu himpunan yang terdiri dari unsur a, b, dan c dan yang dipermutasikan(diambil) sekaligus sebanyak 2 unsur dengan pemulihan unsur yang terpilih menjadi

$$3P^2 = 3^2 = 9$$

Hasil permutasinya ialah (a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, a), (b, c), (c, c), (c, a), dan (c, b)

Jika r = 3, maka r = n,

maka menjadi

$$3P^3 = 3^3 = 27$$

Sama dengan permutasi semua dengan pemulihan

2) Permutasi sebanyak r dari n obyek **tanpa pemulihan** obyek yang terpilih

Jumlah permutasi dari suatu himpunan yang terdiri dari n obyek yang berbeda dan yang dipermutasikan (diambil) sekaligus sebanyak r serta tanpa pengulangan.

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

n= jumlah seluruh obyek

P= permutasi

r= jumlah obyek yang dipermutasikan

Contoh:

Cara menghitung jumlah permutasi 2 huruf yang diambil dari 3 huruf "DIA", maka akan diperoleh hasil sebagai berikut:

$${}_3P_2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 6$$

Bila $n = r$,

permutasinya: ${}_nP_r = n!$.

Sebagai ilustrasi: menyususn 3 elemen dari 3 huruf: a b c adalah a b c; a c b; b c a; b a c; c a b; dan c b a dengan perhitungan sebagai berikut:

$${}_3P_3 = 3! = 6.$$

Sama dengan permutasi semua tanpa pemulihan

3) Permutasi sebanyak r dari n obyek **tanpa pemulihan** obyek yang terpilih, **dengan unsur (elemen) yang sama**

Terkadang tidak semua unsur dalam permutasi dapat dibedakan. Unsur-unsur ini adalah unsur-unsur yang identik atau sama secara kualitas. Misal, suatu untai *a a b c* terdiri dari 4 macam unsur, yaitu *a*, *b*, dan *c* tetapi unsur *a* muncul sebanyak dua kali. Kedua *a* tersebut identic mempunyai kualitas sama. Permutasi dari *aabc* adalah berjumlah 12:

aabc aacb abac abca

acab acba baac baca

bcaa caab caba cbaa

Ini bisa dimengerti sebagai permutasi biasa dengan kedua unsur ***a*** dibedakan, yaitu $\mathbf{a_0}$ dan $\mathbf{a_1}$:

$a_0a_1bc\ \ a_1a_0bc = \boldsymbol{aabc;}$	$a_0a_1cb\ \ a_1a_0cb = \boldsymbol{aacb;}$
$a_0ba_1c\ \ a_1ba_0c = \boldsymbol{abac;}$	$a_0bca_1\ \ a_1bca_0 = \boldsymbol{abca;}$
$a_0ca_1b\ \ a_1ca_0b = \boldsymbol{acab;}$	$a_0cba_1\ \ a_1cba_0 = \boldsymbol{acba;}$
$ba_0a_1c\ \ ba_1a_0c = \boldsymbol{baac;}$	$ba_0ca_1\ \ ba_1ca_0 = \boldsymbol{baca;}$
$bca_0a_1\ \ bca_1a_0 = \boldsymbol{bcaa;}$	$ca_0a_1b\ \ ca_1a_0b = \boldsymbol{caab;}$
$ca_0ba_1\ \ ca_1ba_0 = \boldsymbol{caba;}$	$cba_0a_1\ \ cba_1a_0 = \boldsymbol{cbaa;}$

Total permutasi dari untai *aabc* adalah tetap sebanyak 4! = 24. Tetapi total permutasi ini juga mencakup posisi $\boldsymbol{a_0}$ dan $\boldsymbol{a_1}$ yang bertukar-tukar, yang jumlahnya adalah 2! (karena ***a*** terdiri dari 2 unsur: $\boldsymbol{a_0}$ dan $\boldsymbol{a_1}$). Dengan demikian jika dianggap $\boldsymbol{a_0 = a_1}$ maka banyak permutasinya menjadi 4! dibagi dengan 2!, sama dengan 12 yang diperoleh dari 4! = 24 dibagi 2! = 2, jadi 24 : 2 = 12.

c. **Permutasi keliling (circular permutation)**

Permutasi suatu himpunan obyek yang membuat suatu lingkaran dinamakan permutasi keliling. Bila suatu himpunan obyek disusun secara teratur dalam sebuah lingkaran, permutasi obyek yang bersangkutan sebetulnya mempersoalkan kedudukan relative obyek-obyek di atas bila melintasi lingkaran dalam arti yang tertentu.

$$(n-1)!$$

Contoh:

Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 7 orang duduk mengelilingi sebuah meja bundar tersebut?

$$(7-1)! = 720 \text{ cara}$$

d. **Permutasi dari n obyek yang tidak seluruhnya dapat dibedakan**

Permutasi dari sejumlah obyek yang tidak seluruhnya (sebagian) tidak dapat dibedakan, misal himpuna yang terdiri dari 6 (enam) huruf "TAMARA", ada 3 (tiga) huruf "A" yang tidak dapat dibedakan.

Maka cara mengitungnya sebagai berikut:

$$(nk / n1, n2, \ldots, n) = n! / n1!\ n2! \ldots nk!$$

Contoh:

Dalam berapa carakah kata "TAMARA" dapat dipermutasikan?

$$(6 / 1,3,1,1) = 6! / 1!.3!.1!.1! = 120 \text{ cara}$$

6 Jumlah anggota himpunan

1 huruf T

3 huruh A

1 huruf M, dan

1 huruf R

3.4. Kombinasi

Kombinasi merupakan penyusunan suatu kumpulan atau himpunan objek (n) yang berbeda, tetapi tidak didasarkan pada perbedaan urutan susunan, yang dilihat adalah unsur obyek yang berbeda. Bila semua unsur dalam kumpulan atau himpunan dikombinasikan, maka hanya akan menghasilkan 1 (satu) susunan kombinasi. Jika terdapat suatu himpunan terdiri dari 4 (empat) abjad "***abcd***", maka kombinasi dari seluruh himpunan tersebut **hanya ada 1 (satu)** susunan kombinasi, yaitu "***abcd***" itu sendiri, karenan susunan yang lain seperti: ***acbd, dacb***, dan seterusnya **mempunyai unsur yang sama.**

Kombinasi **C** dari sebuah himpunan ***S*** adalah himpunan bagian dari ***S***.

$$\mathbf{C} \subseteq \mathbf{S}$$

Sebagai contoh, misalkan terdapat suatu kumpulan buah: *apel, jeruk, mangga, pisang*. Maka {*apel, jeruk*} dan {*jeruk, mangga, pisang*} adalah merupakan kombinasi dari kumpulan tersebut. Seluruh himpunan bagian yang mungkin dibentuk dari kumpulan buah tersebut adalah:

- *tidak ada buah apa pun*
- satu buah:
  - *apel*
  - *jeruk*
  - *mangga*
  - *pisang*
- dua buah:
  - *apel, jeruk*
  - *apel, mangga*
  - *apel, pisang*
  - *jeruk, mangga*
  - *jeruk, pisang*
  - *mangga, pisang*
- tiga buah:
  - *apel, jeruk, mangga*
  - *apel, jeruk, pisang*
  - *apel, mangga, pisang*
  - *jeruk, mangga, pisang*
- empat buah:
  - *apel, jeruk, mangga, pisang*

Kombinasi *r* dari sebuah himpunan *S*, berarti dari himpunan *S* diambil elemen sebanyak *r* untuk dijadikan sebuah himpunan baru. Dalam hal kumpulan buah di atas, himpunan {*apel, jeruk, pisang*} adalah sebuah kombinasi 3 dari *S*, sedangkan {*jeruk, pisang*} adalah sebuah kombinasi 2 dari *S*.

Banyaknya kombinasi *r* dari sebuah himpunan berisi *n* elemen dapat dihitung tanpa harus memperhatikan isi dari himpunan tersebut. Besarnya dinyatakan dengan fungsi:

$$_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Sebagai contoh, tanpa harus mengetahui unsur (elemen) himpunan {*apel*, *jeruk*, *mangga*, *pisang*}, banyaknya kombinasi 3 dari himpunan tersebut dapat dihitung:

$$_4C_3 = \frac{4!}{3!(4-3)!}$$

$$= \frac{24}{6\ (1)} = \frac{24}{6} = 4$$

keempat hasil kombinasi 3 dari 4 buah di atas adalah:

- *apel, jeruk, mangga*
- *apel, jeruk, pisang*
- *apel, mangga, pisang*
- *jeruk, mangga, pisang*

Kombinasi dilakukan untuk sebagian (r) obyek dari seluruh (n) obyek unsur himpunan tersebut, dengan ketentuan ($r \leq n$). Sehingga kombinasi dapat dilakukan penyusunan dari semua atau sebagian unsur (elemen) dari suatu himpunan tanpa memperhatikan urutan susunan pemilihannya.

Banyaknya kombinasi adalah:

$$_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Contoh lain, kombinasi **2** unsur (elemen) dari **3** huruf **a,b,c** adalah **ab, ac, bc,** sedangkan ***ba, ca, cb*** tidak termasuk hitungan karena pada kombinasi **ab=ba, ac=ca, bc=cb.**

dimana banyak kombinasi 2 dari 3 huruf adalah :

$$_3C_2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!} = \frac{3\times2\times1}{2\times1} = 3$$

Contoh kasus combinasi lanjutan

Sebuah sanggar tari terdapat terdiri dari 15 orang penari, yaitu 9 penari laki-laki dan 6 penari perempuan. Sanggar tari tersebut membuat sebuah tari kreasi baru yang membutuhkan 5 penari laki-laki dan 3 penari perempuan. Berapakah banyaknya cara yang dapat diambil untuk menentukan komposisi penari yang ikut tari kreasi tersebut?

Jawab:

Dari soal tersebut dapat kita ketahui bahwa:

$$n = 15,\ n1 = 9,\ n2 = 6,\ r1 = 5,\ \text{dan } r2 = 3.$$

Dengan menggunakan rumus kombinasi, maka kita dapat menyelesaikan permasalahan tersebut.

$$n_1Cr_1 \text{ x } n_2Cr_2 = \frac{n1!}{r1!(n1-r1)!} \text{ x } \frac{n2!}{r2!(n2-r2)!}$$

$$= \frac{9!}{5!(9-5)!} \text{ x } \frac{6!}{3!(6-3)!}$$

$$= \frac{362880}{120\ (24)} \text{ x } \frac{720}{6\ \ (6)}$$

$$= 126 \text{ x } 20$$

$$= \underline{2520}$$

RINGKASAN :

Permutasi dan **Kombinasi**, sama-sama melakukan penyusunan dari sejumlah (n) obyek yang berbeda., baik dilakukan untuk seluruh obyek atau seabagian obyek (r), dimana syaratnya r < n, bila r = n berarti bukan menyusun sebagian obyek, tapi menyusun kembali seluruh (n) obyek. Perbedaan antara permutasi dengan kombinasi dalam penyusunan obyek. Dalam **Permutas**i, tidak memperhatikan sama atau tidaknya unsur dari obyek yang disusun tetapi yang diperhatikan adalah **urutan susunannya berbeda** (yang penting urutan susunanyan tidak sama). Bebeda dengan **Kombinasi**, yang diperhatikan adalah **unsur dari obyek** yang disusun **tidak sama** (harus berbeda, tidak boleh sama). Selain itu, konsep dalam perhitungan himpunan, mejadi dasar dalam menyelesaikan kasus-kasus permutasi dan kombinasi

SOAL LATIHAN

A. Latihan Soal Permutasi

1) *Ada berapa cara bila 4 BUKU (w, x, y, z) menempati RAK yang akan disusun dalam suatu susunan yang teratur?*
2) *Menjelang pergantian kepengurusan BEM UWKS Surabaya akan dibentuk panitia inti sebanyak 2 orang (terdiri dari ketua dan wakil ketua), calon panitia tersebut ada 6 orang yaitu: a, b, c, d, e, dan f. Ada berapa pasang calon yang dapat duduk sebagai panitia inti tersebut?*
3) *Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 10 orang akan mengadakan rapat dan duduk mengelilingi sebuah meja, ada berapa carakah kelima mahasiswa tersebut dapat diatur pada sekeliling meja tersebut?*
4) *Berapa banyak "kata" yang terbentuk dari kata "CINTA"?*
5) *Terdapat tiga orang (X, Y dan Z) yang akan duduk bersama di sebuah bangku. Ada berapa urutan yang dapat terjadi ?*
6) *Berapa banyaknya permutasi dari cara duduk yang dapat terjadi jika 8 orang disediakan 4 kursi, sedangkan salah seorang dari padanya selalu duduk dikursi tertentu.*
7) *Ada berapa cara 5 gelas warna yang mengitari meja kecil, dapat menempati kelima tempat dengan urutan yang berlainan?*
8) *Tentukan banyaknya permutasi siklus dari 7 unsur yaitu A, B, C, D, E, F dan G*

B. Latihan Soal Kombinasi

1) *Dalam mengadakan suatu pemilihan dengan menggunakan obyek 4 orang pedagang kaki lima untuk diwawancarai, maka untuk memilih 3 orang untuk satu kelompok. Ada berapa cara kita dapat menyusunnya?*
2) *Suatu warna tertentu dibentuk dari campuran 3 warna yang berbeda. Jika terdapat 4 warna, yaitu Merah, Kuning, Biru dan Hijau, maka berapa kombinasi tiga jenis warna yang dihasilkan.*
3) *Dalam suatu pertemuan terdapat 10 orang yang belum saling kenal. Agar mereka saling kenal maka mereka saling berjabat tangan. Berapa banyaknya jabat tangan yang terjadi.*
4) *Suatu kelompok yang terdiri dari 3 orang pria dan 2 orang wanita akan memilih 3 orang pengurus. Berapa cara yang dapat dibentuk dari pemilihan jika pengurus terdiri dari 2 orang pria dan 1 orang wanita.*

5) *Dalam sebuah ujian, seorang mahasiswa diwajibkan mengerjakan 5 soal dari 8 soal yg tersedia. Tentukan:*

   a. *banyaknya jenis pilihan soal yg mungkin untuk dikerjakan*

   b. *banyaknya jenis pilihan soal yg mungkin dikerjakan jika no.6 dan 7 wajib dikerjakan.*

6) *Dalam sebuah kantoh terdapat 7 kelereng. Berapa banyak cara mengambil 4 kelereng dari kantong tersebut?*

7) *Siswa di minta mengerjakan 9 dari 10 soal ulangan, tetapi soal 1-5 harus di kerjakan. Banyaknya pilihan yang dapat diambil murid adalah.*

8) *Seorang peternak akan membeli 3 ekor ayam dan 2 ekor kambing dari seorang pedagang yang memiliki 6 ekor ayam dan 4 ekor kambing. Dengan berapa cara peternak tersebut dapat memilih ternak-ternak yang di inginkannya?*

9) *Sebuah perusahaan membutuhkan karyawan yg terdiri dari 5 putra dan 3 putri. Jika terdapat 15 pelamar, 9 diantaranya putra. Tentukan banyaknya cara menyeleksi karyawan!*

Bab 4

PROBABILITAS

Probabilitas dalam statistik merupakan materi yang unik dan menarik, karena dalam menyelesaikan kasus probabilitas tidak cukup mengerti teknik penyelesaiannya, tetapi yang lebih penting adalah memahami peristiwanya, baik terkait dengan **seluruh peristiwa yang dapat terjadi (n),** yaitu seluruh peristiwa yang dinginkan atau yang tidak diinginkan), serta seluruh **peristiwa yang diingin mungkin terjadi (e)**. Seluruh peristiwa yang mungkin terjadi (n) dan peristiwa yang diinginkan (e) bisa berupa peristiwa permutasi atau kombinasi, sehingga memahami permutasi dan kombinasi menjadi bagian penting dalam penyelesaian kasus probabilitas. Selain itu, peristiwa yang diinginkan bisa berupa peristiwa himpunan lepas, himpunan gabungan, himpunan komplemen, bahkan mungkin merupakan peristiwa bersyarat. Melalui konsep-konsep perhitungan himpunan, permutasi serta kombinasi dapat dihitung berapa probabilitas peristiwa yag diinginkan mungkin terjadi, setelah diketahui berapa banyak seluruh peristiwa (n) yang mungkin terjadi, dan berapa banyak seluruh peristiwa yang diinginkan (e) mungkin terjadi.

Kompetensi yang diinginkan

1. Dapat memahami dan menjelaskan konsep probabilitas
2. Dapat memahami kasus probabilitas pada peristiwa permutasi atau peristiwa kombinasi.
3. Dapat mengoperasikan rumus dan menghitung nilai probabilitas, suatu peristiwa yang diinginkan
4. Dapat menyelesaikan kasus-kasus probabilitas dengan benar.

4.1. Teori Kemungkinan (Probabilitas)

Teori probabilitas atau peluang merupakan teori dasar dalam pengambilan keputusan yang memiliki sifat ketidakpastian.

Ada 3 pendekatan:

a. Pendekatan klasik
b. Pendekatan empiris
c. Pendekatan subyektif

a. Pendekatan klasik

Apabila suatu peristiwa (Event) E yang diharapkan dapat terjadi sebanyak ***e*** dari sejumlah ***n*** kejadian yang mempunyai kemungkinan sama untuk terjadi maka probabilitas peristiwa E ata P(E) dapat dirumuskan:

$$P\ (E) = \frac{e}{n}$$

misalnya:

Bila sekeping koin mempunyai 2 sisi, sisi Angka (A) dan sisi Gambar (G), bila dilempar sekali, maka secara logika dikatakan bahwa masing-masing sisi mempunyai peluang yang sama, yaitu 0,5 karena koin hanya terdiri atas dua sisi masing-masing, dan masing-masing sisi mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul atau dicatat, sehing peluang masing-masing adalah 0,5, yaitu:

P (A) = ½, (0,5)

P (G) = ½, (0,5)

b. Pendekatan empiris

Perumusan perhitungan berdasarkan pendekatan empiris adalah atas dasar pengertian frekuensi relatif. Pendekatan ini dilakukan karena pendekatan perhitungan klasik dipandang memiliki beberapa kelemahan. Dalam kenyataan, syarat yang ditetapkan jarang dapat dipenuhi.

Suatu peristiwa E mempunyai ***e*** kejadian dari serangkaian *n* kejadian dalam suatu percobaan, maka peluang E merupakan frekuensi relatif ***e/n***, dinyatakan sebagai:

$$\boldsymbol{P\ (E)} = \frac{lim\ e}{n}$$

untuk *n* mendekati nilai tak terhingga.

c. Pendekatan subyektif

Pada pendekatan subyektif, beberapa orang dapat saja memiliki keyakinan yang berbeda terhadap terjadinya suatu peristiwa, meskipun informasi yang diterima berkaitan dengan peristiwa tersebut adalah sama. Hal tersebut disebabkan karena setiap orang berpikir dam mempunyai keyakinan yang berbeda terhadap suatu masalah yang sama.

Dari pengertian-pengertian tersebut, dapat disusun suatu pengertian umum mengenai probabilitas, yaitu sebagai berikut:

Probabilitas adalah suatu indeks atau nilai yang digunakan untuk menentukan tingkat terjadinya suatu kejadian yang bersifat random (acak)

Oleh karena probabilitas merupakan suatu indeks atau nilai maka probabilitas memiliki batas-batas yaitu mulai dari 0 sampai dengan 1 $\mathbf{0 \leq P\ (E) \leq 1}$

Artinya:

Jika P = 0, disebut probabilitas kemustahilan artinya kejadian atau peristiwa tersebut tidak akan terjadi

Jika P = 1, disebut probabilitas kepastian, artinya kejadian atau peristiwa tersebut pasti terjadi

Jika 0 < P< 1, disebut probabilitas kemungkinan, artinya kejadian atas peristiwa tersebut dapat atau tidak dapat terjadi.

Jika kemungkinan terjadinya peristiwa E disebut P(E) maka besarnya probabilitas bahwa peristiwa E tidak terjadi adalah:

$$P\ (E) = 1 - P\ (E)$$

4.2. Probabilitas Beberapa Peristiwa

a. Peristiwa saling lepas (mutually exclusive)

Dua peritiwa merupakan peristiwa yang Mutually Eclusive jika terjadinya peristiwa yang satu menyebabkan tidak terjadinya peristiwa yang lain. Peristiwa tersebut tidak dapat terjadi pada saat yang bersamaan, peristiwa saling asing.

Jika peristiwa A danb B saling lepas, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah:

$$P\ (A\ U\ B) = P\ (A) + P\ (B)$$

Contoh:

Sebuah dadu dilemparkan ke atas, peristiwa-peristiwanya adalah:

A = peristiwa mata dadu 2 muncul

B = mata dadu lebih dari 4 muncul

Tentukan probabilitasnya dari kejadian peristiwa A atau B = P (A U B)

Sebuah dadu dilempar 1 kali, mempunyai 6 kemungkinan yang mungkin terjadi, yaitu: titik 1, 2, 3,4 5, atau 6, sehingga n = 6.

Untuk A (peristiwa mata dadu 2 muncul), merupuakan peristiwa yang diharapkan, dan kemungkinan peristiwa yang diharapka adalah 1, atau e =1, sehingga

$$P\ (A) = \frac{1}{6}$$

Untuk B (peristiwa mata dadu **lebih dari 4 muncul**), merupukan peristiwa yang diharapkan, dan kemungkinan peristiwa yang diharapkan adalah 2, yaitu 4 atau 5, sehingga e =2, dan probabiltas B adalah:

$$P\ (B) = \frac{2}{6}$$

Karena peristiwa yang diharapkan adalah peristiwa A atau B, sebagaimana kaidah perhitungan “atau” dalam himpunan, maka puluang A atau B = P (A U B).

$$P\ (A\ U\ B) = P\ (A) + P\ (B)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b. Peristiwa Non Ecxclusive (Tidak Saling Lepas)

Dua peristiwa dikatakan non exclusive, bila dua peristiwa tidak saling lepas atau kedua peristiwa atau lebih tersebut dapat terjadi bersamaan

Dirumuskan sbb:

$$P\ (AUB) = P\ (A) + P\ (B) - P\ (A \cap B)$$

Contoh:

Setumpuk kartu "**bridge**" yang berjumlah 52, akan diambil salah satu kartu. Berapa probabilitasnya dalam sekali pengambilan tersebut akan diperoleh kartu "**AS**" atau kartu "**Hati**"?

Karena jumlah kartu ada 52, maka n = 52

Dimisalkan: A = peristiwa terpilihnya kartu AS,

H = peristiwa terpilihnya kartu Hati

Untuk peristiwa A, terpilihnya kartu Ace), merupakan peristiwa yang diharapkan, dan kemungkinan peristiwa yang diharapka adalah 4, karena ada 4 kartu AS, atau e =4, sehingga:

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

Untuk peristiwa D, (terpilihnya kartu Diamont), merupakan peristiwa yang diharapkan, dan kemungkinan terjadinya peristiwa yang diharapkan adalah 13, karena ada 13 kartu Hati atau e =13, sehingga:

$$P(H) = \frac{13}{52}$$

Maka

$$P\ (AUD) = P\ (A) + P\ (D) - P\ (A \cap D)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52}$$

$$= \frac{16}{52}$$

Dikurangi $\frac{1}{52}$, karena diantara 13 kartu Hati terdapat 1 kartu AS (As Hati)

Jika terdapat 3 peristiwa dirumuskan sebagai berikut:

P (AUBUC) = P(A) + P(B) + P(C) – P(A∩B)- P(A∩C) - P(B∩C) + (A∩B∩C)

c. Peristiwa Independent (Bebas)

Peristiwa terjadi atau tidak terjadi tidak mempengaruhi dan tidak dipengaruhi peristiwa lainnya.

Apabila A dab B dua peristiwa yang Independent, maka probabilitas bahwa keduanya akan terjadi bersama-sama dirumuskan sebagai berikut:

P (A∩B) = P(A) x P(B)

Contoh:

Dari 100 barang yang diperiksa terdapat 30 barang rusak. Berapa probabilitasnya dalam:

a. tiga kali pengambilan terdapat rusak 1
b. empat kali pengambilan terdapat bagus 1

Jawab:

dimisalkan:

A = bagus

B = rusak

Maka:

P(A) = 0,70

P(B) = 0,30

a. $N^3 = \frac{3}{1}$

(N adalah jumlah pengambilan)

$P(N^3) = P(A \cap A \cap B) \cup P(A \cap B \cap A)\ P(B \cap A \cap A)$

= 0,70 x 0,70 x 0,30 atau 0,70 x 0,30 x 0,70 atau 0,30 x 0,70 x 0,70

= 0,147 + 0,147 + 0,147 = 0,441

b. $N^4 = \frac{4}{1}$

(N adalah jumlah pengambilan)

Coba diselesaikan untuk Latihan !

d. Peristiwa Dependent (Bersyarat)

Terjadi jika peristiwa yang satu mempengaruhi/merupakan syarat terjadinya peristiwa yang lain.

Probabilitas bahwa **B** akan terjadi bila diketahui bahwa **A** telah terjadi, dan ditulis sbb:

P (B/A)

Dengan demikian probabilitas bahwa A dan B akan terjadi dirumuskan sbb:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

Contoh:

Dua buah tas berisi sejumlah bola. Tas pertama berisi 4 bola putih dan 2 bola hitam. Tas kedua berisi 3 bola putih dan 5 bola hitam. Jika sebuah bola diambil dari masing-masing tas tersebut, hitunglah probabilitasnya bahwa :

a. Keduanya bola putih
b. Keduanya bola hitam
c. Satu bola putih dan satu bola hitam

Jawab

Misalnya:

A_1 menunjukkan peristiwa terambilnya bola putih dari tas pertama, dan

A_2 menunjukkan peristiwa terambilnya bola putih di tas kedua, maka:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2/A_1) = 4/6 \times 3/8 = 1/4$$

Misalnya A1 menunjukkan peristiwa tidak terambilnya bola putih dari tas pertama (berarti terambilnya bola hitam) dan A2 menunjukkan peristiwa tidak terambilnya bola putih dari tas kedua (berarti terambilnya bola hitam) maka:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2/A_1)$$

$$= 2/6 \times 5/8 = 10/48 = 5/24$$

Probabilitas yang dimaksud adalah:

$$P(A_1 \cap B_2) \cup P(B_1 \cap A_2)$$

e. Harapan Matematis

Jika:

P1, P2, ….., Pk merupakan probabilitas terjadinya peristiwa,

maka E1, E2 …….Ek, dan

andaikan V1, V2…….Vk adalah nilai yang diperoleh jika masing-masing peristiwa diatas terjadi, maka harapan matematis untuk memperoleh sejumlah nilai adalah :

$$E(V) = P1\ V1 + P2V2 + \ldots\ldots\ldots Pk\ Vk$$

Contoh:

Dalam suatu permainan berhadiah, pihak penyelenggara akan membayar Rp. 200.000,- apabila pemain mendapat kartu AS, dan akan membayar Rp. 150.000,- apabila mendapoatkan kartu King dari setumpuk kartu Hati yang berisi 52 kartu. Bila tidak mendapatkan kartu ace dan kartu King pemain harus membayar Rp. 50.000,-, berapa harapan matematis pemain tersebut?

Jawab

E (V) = Rp. 2000.000 (4/52) + 150.000 (4/52) – 50.000 (4/52)

= Rp. 23.076,92 = Rp. 23.077,-

RINGKASAN:

Teori Probabilitas mempelajari, besarnya kemungkinan (peluang) sebuah peristiwa yang diinginkan menjadi kenyataan (terjadi), dari seluruh kemungkinan yang diinginkan atau tidak diiinginkan. Dalam menyelesaikan kasus probabilitas, memahami perbedaan antara peristiwa permutasi dengan kombinasi sangat penting. Layaknya himpunan, peristiwa dalam probabilitas juga terdapat peristiwa saling lepas (mutually Exclusive), Tidak Saling Lepas (Non-Exclusive), Bebas (Independent), dan peristiwa Bersyarat (Dependent). Oleh karena itu konsep konsep himpunan juga perlu dipahami. Beberapa hal yang perludiperhatikan, antara lain:

1. Nilai probabilitas maksimal 1: $(0 \leq P \leq 1)$
2. Sangat berbeda antara peristiwa **“dan”** dengan peristiwa **“atau”**
3. Peristiwa **“lebih dari”** (paling sedikit) atau **“kurang dari”** (paling banyak), mempunyai makna bahwa peristiwa yang diingin tersebut mempunyai beberapa kemungkinan.

SOAL LATIHAN

1. *Dalam percobaan pelemparan sebuah dadu setimbang, E menyatakan kejadian munculnya mata dadu bilangan genap. Peluang kejadian E adalah:*
2. *Pada pelemparan dua dadu setimbang bersamaan. Misal X adalah kejadian muncul jumlah mata dadu = 6. Peluang kejadian X adalah:*
3. *Dua buah dadu dilempar undi bersama-sama. Peluang muncul jumlah mata dadu 9 atau 10 adalah:*
4. *Dua dadu dilambungkan bersama-sama. Peluang muncul mata dadu pertama 3 dan mata dadu kedua 5 adalah:*
5. *Misal kita mempunyai 10 kartu yang bernomor 1 sampai 10. Jika satu kartu diambil secara acak, maka peluang terambil adalah kartu bernomor bilangan prima adalah:*
6. *Seorang siswa memegang kartu remi berjumlah 52 buah dan meminta temannya untuk mengambil sebuah kartu secara acak. Peluang terambilnya kartu AS adalah:*
7. *Dalam sebuah kantong terdapat 7 kelereng merah dn 4 kelereng putih. Akan diambil 4 kelereng sekaligus. Peluang yang terambil 2 kelereng merah dan 2 kelereng putih adalah:*
8. *Dalam sebuah kantong terdapat 6 kelereng merah dn 5 kelereng putih. Akan diambil 4 kelereng sekaligus. Peluang yang terambil paling sedikit 2 kelereng merah adalah:*
9. *Dalam sebuah kantong terdapat 6 kelereng merah dn 5 kelereng putih. Akan diambil 5 kelereng sekaligus. Peluang yang terambil paling banyak 3 kelereng putih adalah:*
10. *Peluang seorang mahasiswa lulus matematika 2/3, dan peluang lulus biologi 4/9. Bila peluang lulus paling sedikit satu mata kuliah 4/5 berapakah peluangnya lulus dalam kedua mata kuliah?*
11. *Pada penarikan satu kartu dari satu set kartu bridge, peluang akan terambil kartu as atau berlian.*
12. *Jika dari suatu undian yang terdiri dan 30 lembar dengan angka 1, 2, 3 diambil 4 lembar~ hitunglah kemungkinan keluarnya angka 1 dan 2.*
13. *Dalam sebuah kotak terdapat 7 kelereng merah dan 3 kelerang biru. Peluang mengambil 3 kelereng merah sekaligus adalah:*
14. *Misalkanlah kita mempunyai kotak berisi 20 sekering, lima diantaranya cacat. Bila dua sekering dikeluarkan dari kotak satu demi satu secara acak (tanpa mengembalikan yang pertama ke dalam kotak), berapakah peluang kedua sekering itu cacat?*

15. *Misalkan ada tiga kotak masing-masing berisi 2 bola. Kotak 1 berisi 2 bola merah, kotak 2 berisi 1 bola merah dan 1 bola putih dan kotak 3 berisi 2 bola putih. Dengan mata tertutup, Anda diminta mengambil satu kotak secara acak dan kemudian mengambil 1 bola secara acak dari kotak yang terambil itu. Anda diberitahu bahwa bola yang terambil ternyata berwarna merah. Berapakah peluangnya bola tersebut terambil dari kota 1, kotak 2 dan kotak 3?*

16. *Terdapat sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 3 bola kuning. Jika akan diambil sebuah bola secara acak berturut-turut sebanyak dua kali tanpa pengembalian. Tentukan peluang terambilnya keduanya bola merah*

17. Berikut ini adalah tabel status alumni sebuah perguruan tinggi di Jawa Timur yang lulus tahun *2018, menurut status bekerja dan jenis kelamin.*

	Bekerja	**Belum Bekerja**	**Jumlah**
Laki-laki	800	100	900
Perempuan	400	700	1100
Jumlah	1200	800	2000

Jika seorang alumni dipilih secara acak, berapakah peluang terpilih:
a. alumni laki-laki?
b. alumni yang bekerja?
c. alumni laki-laki dan bekerja?
d. alumni yang bekerja dengan syarat dia adalah-laki-laki?
e. alumni yang bekerja dengan syarat dia adalah perempuan?
f. alumni perempuan dengan syarat dia belum bekerja?

18. *Sebuah kotak berisi 3 bola putih, 4 bola merah, dan 5 bola biru. Tiga bola diambil secara acak dari dalam kotak tersebut. Hitunglah peluang bahwa*
    a) *Terpilih paling banyak satu bola berwarna putih,*
    b) *Masing-masing warna terwakili (1 bola putih, 1 bola merah, dan 1 bola biru),*
    c) *Jika bola diambil satu per satu tanpa pengembalian, tentukan peluang dimana bola terambil pertama adalah putih, kedua adalah merah, dan ketiga adalah biru!*

19. *Di sebuah negara, diketahui bahwa 2% dari penduduknya menderita sebuah penyakit langka. 97% dari hasil tes klinik adalah positif bahwa seseorang menderita penyakit itu. Ketika seseorang yang tidak menderita penyakit itu dites dengan tes yang sama, 9% dari hasil tes memberikan hasil positif yang salah.Jika sembarang orang dari negara itu mengambil test dan mendapat hasil positif, berapakah peluang bahwa dia benar-benar menderita penyakit langka itu?*

Bab 5

TEORI PENDUGAAN

Teori Pendugaan, banyak digunakan dalam kegiatan peneltian, dimana fungsinya untuk menduga nilai parameter tertentu, apakah tekait dengan sebaran nilai sentral (Rata-Rata, Median, Modus), Simpangan, atau Proporsi. Bab ini, membahas tentang dua jenis dugaan yaitu: Pendugaan Titik dan Pendugaan Interval, dimana pendugaan interval lebih sering digunakan daripada pendugaan titik, karena nilai dugaan pada pendugaan interval relatip lebih tepat dibanding pendugaan titik. Secara umum, pendugaan interval yang dibahas dalaam bab ini adalah pendugaan Nilai Tengah (Mean) dan pendugaan Proporsi. Karena dalam pendugaan menggunakan data sampel untuk menduga data populasi, maka dibedakan antara pendugaan dengan menggunakan sampel kurang dari 30 ($n < 30$), disebut sampel kecil, dengan pendugaan dengan menggunakan sampel 30 atau lebih ($n \geq 30$) dan disebut dengan sampel besar.

Kompetensi yang diinginkan

1. Dapat memahami perbedaan pendugaan titik dengan pendugaan interval
2. Memahami jenis-jenis pendugaan interval
3. Dapat menyelesaikan kasus-kasus pendugaan interval, baik menggunakan samprl kecil, atau sampel besar.

5.1. Pendugaan dan Funginya

Sebagaimana dijelaskan dalam bab sebelumnya, bahwa metode statistik dikategorikan kedalam dua kelompok yaitu **statistik deskriptif** (*descriptive statistics*) dan **statistik inferensial** (*statistical inference*). Statistik deskriptif merupakan metode yang berhubungan dengan pengumpulan dan penggambaran satu set data untuk mendapatkan informasi yang berarti. Statistik deskriptif hanya memberikan informasi dari data yang dikumpulkan baik seluruh data *(populasi*), atau data yang hanya sebagian (*sampel*) dan tidak dapat memberikan kesimpulan atau inferensial. Metode yang berhubungan dengan análisis dari sebuah populasi atau sampel yang akan memberikan prediksi atau inferensial tentang seluruh set data atau populasi disebut dengan statistik inferensial.

Pendugaan adalah proses menggunakan sampel statistik untuk menduga hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Pendugaan juga merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan informasi dari sampel, dalam hal ini sampel random, diambil dari populasi yang bersangkutan. Penduga juga dapat dimaknai suatu statistik (harga sampel) yang digunakan untuk menduga suatu parameter populasi. Dengan penduga, dapat diketahui seberapa jauh suatu parameter populasi yang tidak diketahui berada disekitar sampel.

Fungi pendugaan dalam statistik, dapat dilakukan terkait dengan pendugaan parameter (nilai sentral dan proporsi), atau penarikan kesimpulan atau generalisasi mengenai populasi, sehubungan penggunaan data sampel untuk kepentingan analisis statistik. Dalam penarikan kesimpulan statistik inferensial, karena dengan alasan tertentu sering peneliti menggunakan data sampel untuk menyimpulkan data populasi (kesimpulan inferensial). Pendugaan statistik yang dilakukan dapat berfungsi untuk menduga karakteristik data populasi melalui data sampel (**pendugaan parameter**), atau digunakan untuk **pengujian hipotesis**.

a. Pendugaan parameter

Pendugaan parameter adalah mempersoalkan tentang bagaimana cara menduga tentang parameter populasi yang belum diketahui, dengan contoh acak dan hitung peluang. Dugaan tehadap parameter populasi dapat berupa titik atau selang. Kelakuan populasi yang akan ditinjau disini hanyalah mengenai parameter populasi dan sampel yang digunakan adalah sampel acak. Data dari sampel dianalisis, dihitung, dan diperoleh nilai-nilai statistik ini kita simpulkan bagaimana parameter bertingkah laku.

Jadi harga parameter yang sebenarnya tetapi tak diketahui itu akan ditaksir berdasarkan statistik sampel yang diambil dari populasi yang bersangkutan.

Parameter populasi yang akan ditaksir dan akan diuraikan ini terutama adalah: rata-rata, simpangan baku dan proporsi.

Contoh:

Seorang calon dalam suatu pemilihan ingin menduga proporsi yang sebenarnya pemilih yang akan memilihnya, dengan cara mengambil 100 orang secara acak untuk ditanyai pendapatnya. Proporsi pemilih yang menyukai calon tersebut dapat digunakan sebagai dugaan bagi proporsi populasi yang sebenarnya.

b. Pengujian hipotesis

Pengujian Hipotesis adalah suatu prosedur yang dilakukan dengan tujuan memutuskan apakah *menerima* atau *menolak* hipotesis itu. Dalam pengujian hipotesis, keputusan yang di buat mengandung ketidakpastian, artinya keputusan bisa benar atau salah, sehingga menimbulkan risiko. Besar kecilnya risiko dinyatakan dalam bentuk probabilitas. Pengujian hipotesis merupakan bagian terpenting dari **statistic inferensial** (statistic induktif), karena berdasarkan pengujian tersebut, pembuatan keputusan atau pemecahan persoalan sebagai dasar penelitian lebih lanjut dapat terselesaikan.

Contoh:

Seorang peneliti masalah kedokteran diminta untuk memutuskan, berdasarkan bukti-bukti hasil percobaan, apakah suatu vaksin baru lebih baik daripada yang sekarang beredar di pasaran.

Seorang insinyur ingin memutuskan, berdasarkan data sampel apakah ada perbedaan ketelitian antara dua jenis alat ukur yang diproduksi oleh dua perusahaan yang berbeda.

Metode Pendugaan Parameter suatu populasi dapat dibedakan menjadi dua:

1. Metode Pendugaan Klasik

   Pendugaan dilakukan berdasarkan sepenuhnya pada informasi sampel yang diambil dari populasi.

2. Metode Pendugaan Bayes

   Pendugaan dengan menggabungkan informasi yang terkandung dalam sampel dengan informasi lain yang telah tersedia sebelumnya yaitu pengetahuan subyektif mengenai distribusi probabilitas parameter.

Ciri-Ciri Penduga yang baik

a. Tidak Bias.

Suatu Penduga dikatakan tak bias bagi prarameter nya apabila nilai penduga sama dengan nilai yang di duganya (parameternya).

E(Estimasi/Pendugaan) = Parameternya

b. **Efisien.**

Suatu penduga di katakan efisien bagi parameternya apabila penduga tersebut memiliki Varians yang kecil. Apabila terdapat lebih dari satu penduga, penduga yang efisien adalah penduga yang memiliki varians terkecil.

c. Konsistensi.

Suatu penduga di katakan konsisten bagi parameternya apabila penduga tersebut memiliki hasil yang sama (keajegan) bila dilakukan pengulangan, yang artinya bila data yang sama dilakukan pengulangan terhadap pendugaan menghasilkan nilai dugaan (kesimpulan) yang sama, bahkan bila dilakukan oleh peneliti lain.

5.2. Jenis-Jenis Pendugaan

Dalam pendugaan parameter, ada dua jenis pendugaan yaitu: pendugaan titik, dan pendugaan interval.

1. Pendugaan titik

Pendugaan titik adalah pendugaan data populasi melalui data sampel, dengan hanya menyebut satu nilai angka tertentu sebagai estimasi untuk parameter yang tidak diketahui. Dalam pendugaan titik ada dua sifat yang harus dimiliki:

a) nilai harapan penduga titik harus sama dengan parameter yang ditaksir

b) nilai harapan penduga titik harus mempunyai variansi minimum. setiap penduga titik adalah variabel random, (mempunyai variansi terkecil dari penaksir titik)

Dalam fenomena dilapang, pendugaan titik ini jarang digunakan karena akurasi dari nilai pendugaan kurang atau sering tidak sesuai dengan nilai parameter yang diduga.

Contoh:

Seorang dosen ingin mengetahui rata-rata nilai hasil ujian dari seluruh (N) mahasiswa yang mengikuti matakuliah statistik yang diasuhnya. Untuk keperluan tersebut diambil sampel (n) sejumlah 10%, berdasarkan hasil perhitungan yang dilakukan diperoleh nilai rata-ratanya adalah 78.

2. Pendugaan Interval

Pendugaan interval adalah pendugaan yang mempunyai dua nilai sebagai daerah pembatasan. Jadi, dugaan dinyatakan dalam suatu interval yang di batasi oleh dua nilai.

Contoh:

Seorang dosen ingin mengetahui rata-rata nilai hasil ujian dari seluruh (N) mahasiswa yang mengikuti matakuliah statistik yang diasuhnya. Untuk keperluan tersebut diambil sampel (n) sejumlah 10%, berdasarkan hasil perhitungan yang dilakukan diperoleh nilai rata-ratanya berkisar antara 72 sampai dengan 83.

Dalam banyak melakukan pendugaan parameter, pendugaan interval lebih banyak digunakan dibanding pendugaan titik, karena dalam pendugaan interval menggunakan tingkat kepercayaan (keyakinan) tertentu, sehingga kesalahan hasil pendugaan interval relatif lebih kecil dibanding pendugaan titik.

Berdasarkan pertimbangan di atas, dalam pembahasan berikutnya, materi pendugaan hanya membahas pendugaan inteval.

5.3. Jenis Pendugaan Interval

Pendugaan interval meliputi beberapa kasus, sesuai dengan kebutuhan dalam analisis pendugaan. Teknis perhitungan pendugaan interval ditentukan oleh apa yang diduga dan berapa besarnya sampel yang digunakan.

Pendugaan interval, digunakan untuk menduga;

1. Pendugaan Rata-Rata, dari sampel kecil atau sampel besar
2. Pendugaan Beda (selisih) 2 Rata-Rata, dari sampel kecil atau sampel besar
3. Pendugaan Proporsi dari Sampel besar, dari sampel kecil atau sampel besar
4. Pendugaan Beda (selisih) 2 Proporsi, dari sampel kecil atau sampel besar

Catatan:

Penghitungan nilai pendugaan, untuk sampel besar digunakan sebaran z (z table), sedang untuk sampel kecil digunakan sebaran t (t tabel)

a. Selang sepercayaan dengan distribusi z

Nilai α dan selang kepercayaan yang lazim digunakan antara lain:

Selang kepercayaan 90%, artinya derajat kepercayaan = 1 - α = 90%

α = 10% (0,1); $\alpha/2$ = 5%, pada tabel terlihat $z_{5\%} = z_{0.05} = 1.645$

Selang kepercayaan 95%, artinya derajat kepercayaan = 1 - α = 95%

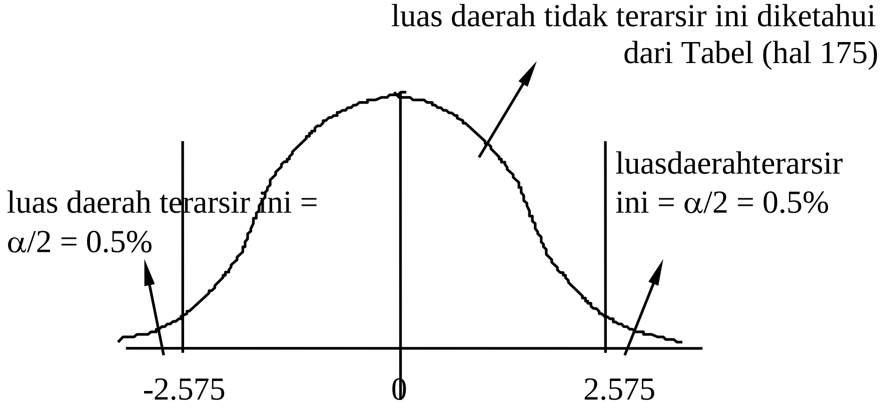
α = 5% (0,05); $\alpha/2$ = 2.5%, pada tabel z terlihat

$z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

Selang kepercayaan 99%, artinya derajat kepercayaan = 1 - α = 99%

α = 1 % (0,01); $\alpha/2$ = 0.5 %

Contoh distribusi z untuk SK 99%



Gambar 5.1. Distribusi Sebaran Z

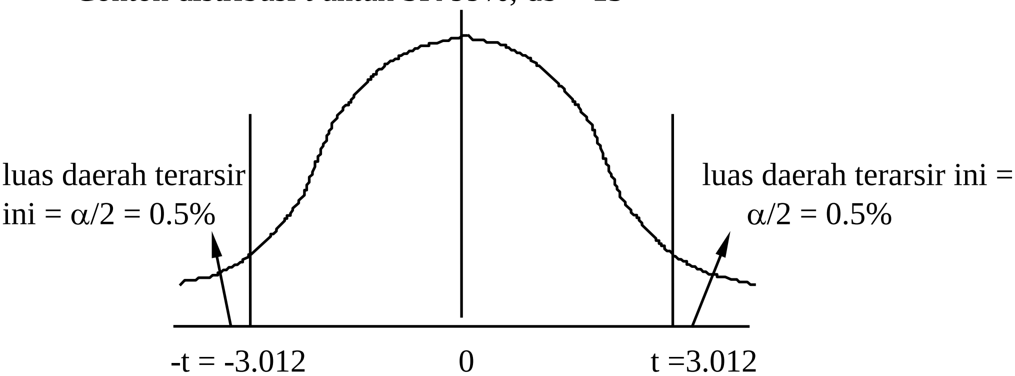
b. Selang sepercayaan dengan distribusi t

Nilai α (dan tentu saja α/2) sudah diterangkan di atas, juga digunakan untuk distribusi t, dengan metode pecarian (membaca) tabel yang sedikit berbeda, karena untuk membaca tabel t perlu memperhatikan derajat bebas (db), karena nilai t tabel tergantung dari nilai derajat bebas (db) dan nilai dari α/2 nya.

Selang kepercayaan 99%; db = 13, maka 1 - α = 99%
α = 1% (0,1), α/2 = 0.5% (0,05)

t tabel (db=13;α/2 = 0.5%) = 3.012

Contoh distribusi t untuk SK 99%; db = 13



Gambar 5.2. Distribusi Sebaran t

5.4. Teknis Perhitungan Pendugaan

1. Pendugaan Rata-Rata

Dalam melakukan pendugaan terhadap rata-rata (mean), populasi dengan menggunakan data yang diperoleh dari sampel terdapat beberapa hal yang terlebih dahulu harus diperhatikan yaitu:

- ✓ Ukuran sampel (apakah besar (n>30) atau kecil (n<30))
- ✓ Informasi tentang distribusi populasinya (apakah distribusi normal atau tidak)
- ✓ Standar deviasi populasinya (diketahui atau tidak)
- ✓ Pemilihan jenis distribusi yang menjadi dasar penaksiran

a. Pendugaan Rata-rata dari Sampel besar (n >30)
(Selang Kepercayaan 1)

- ➢ Nilai simpangan baku populasi (σ) diketahui
- ➢ Jika nilai simpangan baku populasi (σ) tidak diketahui * gunakan simpangan baku Sampel (s)

Selang Kepercayaan sebesar (1-σ) 100 % bagi $\boldsymbol{\mu}$ adalah:

$$P: \left(\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$$

Jika σ tidak diketahui, dapat digunakan s (*sd sampel*)

Contoh:

Dari 36 mahasiswa semester 2, diketahui bahwa rata-rata IPK = 2.6 dengan simpangan baku = 0.3.

a. Buat selang kepercayaan 95 % untuk rata-rata IPKseluruh mahasiswa tingkat II?

Selang kepercayaan 95 % → α = 5 % → α/2 = 2.5 % →

$$z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$$

$\bar{x} = 2.6$ $\quad\quad$ s = 0.3

$$2.6 - (1.96)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right) < \mu < 2.6 + (1.96)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right)$$

$$2.6 - 0.098 < \mu < 2.6 + 0.098$$

$2.502 < \mu < 2.698$ atau $2.5 < \mu < 2.7$ (pembulatan)

catatan:

mengikuti nilai yang hanya mempunyai 1 desimal, nilai-nilai dalam selang dibulatkan satu decimal

b. Pendugaan Rata-rata dari Sampel kecil (n < 30)
(Selang Kepercayaan 2)

- nilai simpangan baku populasi (σ) tidak diketahui, digunakan simpangan baku Sampel (s^2)

$$P: (\bar{x} - t_{(db;\alpha/2)} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{(db;\alpha/2)} \frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \sigma$$

c. Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari Sampel besar
(Selang Kepercayaan 3)

- nilai ragam populasi (σ_1^2 dan σ_2^2) diketahui
- jika nilai ragam populasi (σ_1^2 dan σ_2^2) tidak diketahui gunakan ragam Sampel (s_1^2 dan s_2^2)

Selang Kepercayaan sebesar (1-α)100 % bagi $\mu_1 - \mu_2$ adalah:

$$\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, gunakan s_1^2 dan s_2^2

Contoh:

Suatu ujian Statistik diberikan kepada 50 mahasiswa perempuan dan 75 mahasiswa laki-2. Mahasiswa perempuan mencapai rata-rata nilai 76 dengan simpang baku 6 sedangkan mahasiswa laki-2 mendapat rata-rata nilai 82 dengan simpangan baku 8. Lakukan pendugaan (selang kepercayaan) bagi beda rata-ratanilai semua mahasiswa laki-2 dan semua mahasiswa perempuan yang mungkin mengambil mata kuliah ini.

(Kerjakan sebagai latihan)

d. Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari Sampel kecil
(Selang Kepercayaan 4)

- nilai kedua ragam populasi tidak sama ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) dan tidak diketahui, gunakan ragam Sampel (s_1^2 dan s_2^2)

Selang Kepercayaan sebesar (1-α)100 % bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah

$$\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - t_{(db;\alpha/2)} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| + t_{(db;\alpha/2)} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

derajat bebas (db) = $\dfrac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\left[\left(s_1^2/n_1\right)^2 / (n_1 - 1)\right] + \left[\left(s_2^2/n_2\right)^2 / (n_2 - 1)\right]}$

derajat bebas dibulatkan ke bilangan bulat terdekat

atau dapat didekati dengan $n_1 + n_2 - 2$

e. Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari Sampel kecil
(Selang Kepercayaan 5)

- nilai kedua ragam populasi sama ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) tidak diketahui → gunakan ragam Sampel gabungan (s_{gab}^2)

Selang Kepercayaan sebesar (1-α)100 % bagi $\mu_1 - \mu_2$ adalah:

$$\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - t_{(db;\alpha/2)} \times s_{gab} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| + t_{(db;\alpha/2)}\ s_{gab} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$s_{gab}^2 = \dfrac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ dan $s_{gab} = \sqrt{s_{gab}^2}$ dan derajat bebas = $n_1 + n_2 - 2$

2. Pendugaan Proporsi

Pendugaan proporsi adalah pendugaan dari proporsi populasi yang tidakdiketahui. Dalam pendugaan proporsi, data yang digunakan adalah data binom seperti: setuju atau tidak setuju, sukses atau gagal, menang atau kalah dan seterusnya.

Simbol yang lazim digunakan untuk menyelesaikan kasus pendugaan proporsi adalah:

π = proporsi populasi

= proporsi "sukses" dalam Sampel acak

$\bar{q} = 1 - \bar{p}$ = proporsi "gagal" dalam Sampel acak

a. Pendugaan proporsi dari Sampel besar

Selang Kepercayaan sebesar (1-α)100 % bagi p adalah:

$$\bar{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}} < \pi < \bar{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}}$$

Contoh:

Dari hasil pengamatan yang dilakukan pada 100 mahasiswa kelas "**A**" ada 60 mahasiswa yang "**lulus**", dan sisanya "**gagal**" dalam ujian Teori Ekonomi Mikro. Lakukan pendugaan proporsi, dengan menggunakan kepercayaan 95% (σ = 0,05).

Jawab:

$$\bar{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}} < \pi < \bar{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}}$$

$$= 0{,}6 - (1{,}96)\sqrt{\frac{0{,}6\,.\,04}{100}} < \mu < 0{,}6 + (1{,}96\sqrt{\frac{0{,}6\,.\,04}{100}})$$

$$= 0{,}6 - 0{,}049 < \mu < 0{,}6 + 0{,}6 - 0{,}049$$

$$= 0{,}551 < \mu < 0{,}649$$

Berdasarkan hasil perhitungan pendugaan proporsi, dapat disimpulkan bahwa jumlah mahasiswa yang berhasil lulus ujian matakuliah Mikro Ekonomi berkisar antara 0,551% sampai 0,649% dari seluruh mahasiswa yang memprogram matakuliah tersebut.

Catatan:

Pendugaan Proporsi lebih lazim menggunakan Sampel besar, jadi lebih lazim menggunakan distribusi z (Ztabel).

b. Pendugaan Beda 2 Proporsi dari Sampel besar
(Selang Kepercayaan7)

Selang Kepercayaan sebesar (1-α)100 % bagi adalah:

$$|\bar{p}_1 - \bar{p}_2| - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}_1\bar{q}_1}{n_1}+\frac{\bar{p}_2\bar{q}_2}{n_2}} < |\pi_1 - \pi_2| < |\bar{p}_1 - \bar{p}_2| + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\bar{p}_1\bar{q}_1}{n_1}+\frac{\bar{p}_2\bar{q}_2}{n_2}}$$

Contoh:

Pemerintah kota Surabaya sedang berusaha meningkatkan sarana transportasi kota bagi warga kota Surabaya. Salah satu alternatip yang akan dilakukan adalah menambah transportasi lokal dengan “TRANS SURABAYA”.

Untuk kepentingan tersebut, dilakukan survei, terhadap penduduk Surabaya yang tinggal di pusat kota sebanyak 100 orang dan tinggal di pinggir kota sebanyak 200 orang. Dari hasil survei diperoleh informasi, penduduk di pusat kota yang setuju adalah 75% sedang penduduk di pinggir kota yang setuju adalah 95 orang. Lakukan pendugaan, selisih proporsi antara penduduk yang setuju dari yang tinggal di pusat kota dengan di pigir kota. Gunakan kepercayaan 90%.

(Kerjakan sebagai latihan)

RINGKASAN :

Pendugaan adalah menduga nilai parameter sebaran data populasi, melalui data sampel. Ada dua jenis Pendugaan dalam statistik, yaitu Pendugaan Titik dan Pendugaan Interval, baik untuk menduga Nilai Tengah (Rata-Rata) maupun menduga proporsi, tetapi pendugaan interval lebih sering digunakan. Dalam melakukan perhitung nilai dugaan, perlu dibedakan antara melakukan dugaan dengan menggunakan sampel besar dengan sampel kecil.

SOAL LATIHAN

1. *Dari populasi para pegawai suatu perusahaan diambil sampel sebanyak 100 orang dan dicatat gaji tahunan masing-masing. X=30 juta dan s=6 juta. Buatlah selang kepercayaan 95% untuk menduga berapa rata-rata gaji para pegawai tersebut*
2. *Suatu sampel acak sebanyak 25 mahasiswa diambil dari populasi mahasiswa Fakultas Ekonomi UWKS. Ke 25 mahasiswa dites kemampuan dalam berbahasa Inggris dan rata-ratanya adalah 75 dengan simpangan baku 8. Buatlah interval kepercayaan 95% untuk menduga kemampuan bahasa Inggris semua mahasiswa di Fakultas Ekonomi UWKS tersebut.*
3. *Penelitian terhadap sampel sebanyak 20 karyawan sebuah perusahaan, 6 diantaranya memiliki mobil. Dengan interval keyakinan 95%, tentukan proporsi karyawan yang memiliki mobil.*
4. *pada suatu sampe acak berukuran n = 400 orang disuatu kota ditemukan bahwa 240 orang diantaranya suka nonton TV untuk acara olah raga. Hitunglah interval 95% untuk menduga berapa porsi sesungguhnya penduduk yang suka nonton TV*
5. *Dilakukan penelitian terhadap mahasiswa FE UWKS, untuk mengetahui rata-rata uang saku dalam satu minggu. Diambil 100 sampel mahasiswa. Dari ke-100 mahasiswa tersebut diketahui bahwa rata-rata uang saku satu minggu adalah Rp. 750.000 dengan standard deviasi 100 ribu. Dengan interval keyakinan 95% buatlah pendugaan interval rata-rata uang saku mahasiswa secara keseluruhan*
6. *Dari 9 mahasiswa angkatan 2014 Jurusan Manajemen UWKS, didapat uang saku per hari adalah sebagai berikut (dalam ribu rupiah) : 50; 56; 40; 46; 48; 44; 52; 54; 50. Sedangkan dari 9 mahasiswa angkatan 2013 Jurusan Manajemen didapat uang saku per hari (dalam ribu rupiah) adalah sebagai berikut : 50; 44; 36;325; 35; 40; 46; 58; 54. Dengan tingkat keyakinan 99%, buatlah pendugaan interval selisih rata-rata uang saku mahasiswa angkatan 2013 dengan mahasiswa angkatan 2014*

7. *Gaji rata-rata Karyawan lulusan S2 yang bekerja pada perusahaan Swasta adalah Rp. 1.500 (ribu) per minggu dengan Standard deviasi 900 (ribu), penelitian diambil dari 90 orang karyawan lulusan S2. Sedangkan dari 90 orang karyawan lulusan S1, honor rata-rata per minggu adalah 950 (ribu) dengan Standard deviasi 200 (ribu). Dengan menggunakan tingkat keyakinan 95%, buatlah pendugaan interval selisih rata-rata honor Karyawan*
8. *Dari 120 sampel nasabah **BANK BPR** di kota **A**, 90 diantaranya adalah mahasiswa. Sedangkan dari 120 nasabah **BANK BPR** di kota **B,** 60 orang diantaranya adalah mahasiswa. Dengan tingkat keyakinan 95%, dugalah beda proporsi nasabah yang merupakan mahasiswa di dua cabang yang berbeda.*

Bab 6

UJI HIPOTESIS

Ujian Hipotesis atau **Uji Statistik**. Sebagaima diketahui, bahwa salah satu fungsi statistik adalah untuk menguji kebenaran suatu pernyataan, yang seringkali pernyataan-pernyataan tersebut merupakan dugaan atau hipotesis, yang kebenarannya masih perlu diuji, melalui uji hipotesis atau uji statistik. Dalam bab ini akan dijelaskan antara Hipotesis Nol **(H_0)**, dengan Hipotesis Alternatip (**H_a)**. Selain hipotesis nol dan hipotesis alternatip, juga djelaskan tentang **uji hipotesis satu ekor** (1-tailed) dan **hipotesis dua ekor** (2-Tailed), sesuai dengan hipotesis alternatipnya. Sebagaimana Pendugaan, uji hipotesis juga digunakan untuk menguji parameter nilai sentral (Rata-rata, Media dan Modus), Deviasi (Simpangan), serta Proporsi. Berdasarkan jumlah data sampel yang digunakan untuk menguji hipotesis, dibahas perbedaan uji hipotesis dengan **menggunakan sampel kecil** ($n < 30$) dengan uji hipotesis untuk **sampel besar** ($n \geq 30$). Langkah-langkah atau tahapan dalam pengujian hipotesis, dan penarikan kesimpulan merupakan bagian penting dari bab ini.

Kompetensi yang diinginkan

Makalah ini dibuat dengan tujuan untuk:

1. Dapat memahami konsep Hipotesis dalam statistik
2. Mengetahui macam-macam permasalahan dan hipotesis dalam penelitian
3. Dapat membedakan antara Hipotesis nol **(H_0)**, dengan Hipotesis alternative **(H_a)**
4. Memahami funsi dan tujuan melakukan uji hipotesis
5. Mengetahui jenis-jenis pengujian hipotesis
6. Dapat menerapkan rumus-rumus dalam pengujian hipotesis, sesuai dengan hipotesis yang diuji
7. Dapat melakukan uji hipotesis dan menarik kesimpulan dengan benar.

Sebagaimana telah dijelaskan dalam bab sebelumnya, bahwa **pendugaan** mempunyai 2 (dua) fungsi, yaitu untuk **menduga nilai parameter populasi** melalui sebaran data sampel (kesimpulan inferensial) dan untuk **menguji hipotesis**. Dalam kehidupan sehari-hari, sering kita jumpai banyak hal yang dapat kita deskripsikan dalam bentuk data. Informasi data yang diperoleh tentunya harus diolah terlebih dahulu menjadi sebuah data yang mudah dibaca dan dianalisis, dan statistika adalah ilmu yang mempelajari cara-cara pengolahan data tersebut.

Untuk meperoleh data-data tersebut, umumnya dilakukan suatu kegiatan pengumpulan data untuk tujuan tertentu, yang merupakan rangkaian dari kegiatan penelitian. Kegiatan penelitian dilakukan karena adanya permasalan (rumusan masalah), yang merupakan titik awal (entry point) dari sebuah penelitian, sehingga permaslahan penelitian merupakan "***stage of the art***". Hipotesis sendiri merupakan jawaban sementara (dugaan) atas jawaban dari permasalahan yang akan diteliti. Dalam rangka menguji hipoteisis tersebut maka kegiatan pengumpulan data dilakukan. Karena hipotesis merupakan dugaan atau jawaban yang sefitnya masih sementara, maka hipoteisi tersebut bisa benar tapi juga bisa salah, kalau benar hipotesisnya diterima, tetapi bila salah maka hipotesisnya ditolak. Oleh karena itu, untuk membuktikan apakah hipotesis yang dikemukakan diterim atau ditolak perlu diuji, melalui pengujian hipotesiss.

Sering dijumpai, dalam suatu penelitian banyak permasalahan yang akan diteliti, oleh karena itu berapa banyak jumlah hipotesis dalam sebuah penelitian tergantung dari berapa jumlah masalah yang diteliti, tetapi yang perlu dipahami terkait dengan hipotesis, pada dasarnya hanya 2 (dua), yaitu: **Hipotesis nol (H_0)** dan **Hipotesis alternatip (H_a)**, adapun apa dan bagaimana rumusan **H_0** dan apa rumusan **H_a**, terserah peneliti menentukannya, yang penting setiap rumusan hipotesis harus ada alasan (dasar).

6.1. Pengertian Hipotesis

Hipotesis berasal dari bahasa Yunani, ***Hupo (Hipo)*** berarti **lemah atau kurang atau di bawah**, sedang ***Thesis (Tesis)*** berarti **teori, proposisi atau pernyataan** yang disajikan. Sehingga Hipotesis dapat diartikan sebagai ***Pernyataan yang masih lemah kebenarannya, sehingga perlu dibuktikan kebenaranya,*** atau ***dugaan yang sifatnya masih sementara***. Hipotesis yang diterima menjadi tesis, atau pernyataan yang benar berdasarkan data (fakta), sementara hipotesis yang ditolak tidak punya arti atau tidak bermakna, atau merupakan pernyataan yang tidak benar (salah).

Hipotesis juga dapat diartikan sebagai pernyataan keadaan populasi, misalnya pernyataan dari perusahaan yang menjual air mineral dalam gelas, yang menyatakan bahwa setiap kemasan gelas berisi aair mineral sebanyak 200 cc. Siapa saja boleh meragukan pernyataan tersebut, dan boleh meneliti untuk menguji kebenarannya. Peneliti yang akan menguji kebenarannya dapat menggunakan data/informasi yang dikumpulkan melalui sampel, melalui teknik sampling tertentu sehingga kesimpulanyang diambil dapat dikatakan ilmiah (faktual dan logis).

Hipotesis bisa bersifat kualitatip atau kuantitatatip, tergantung dari jenis penelitian atau jenis datanya (data kualitatip atau data kuatitatip). Hipotesis kualitatip diuji melalui statisktik Non-Parametrik, sedang hipotesis kuantitatip diuji dengan statistik Parametrik.

Hipotesis statistik yang akan dibahas dalam bab ini adalah hipotesis kuantitatip, sehingga apabila jenis datanya kualitatip maka data kualitatip tersebut harus dikonversi dalam data kuantitati melalai skoring atau peringkat dengan menggunakan skala linket. Hipotesis statistik dapat berbentuk suatu variabel seperti binomial, poisson, dan normal atau nilai dari suatu parameter, seperti **rata-rata, varians, simpangan baku,** dan **proporsi**. Hipotesis statistik harus di uji, karena itu datanya harus berbentuk kuantitas sehingga hipotesisinya dapat di terima atau di tolak. Hipotesis statistik akan di terima jika hasil pengujian membenarkan pernyataannya dan akan di tolak jika terjadi penyangkalan dari pernyataannya.

6.2. Pengujian Hipotesis

Pengujian Hipotesis adalah suatu prosedur yang sistematis dan terstuktur dilakukan dengan tujuan memutuskan apakah ***menerima*** atau ***menolak*** hipotesis itu. Dalam pengujian hipotesis, apapun keputusan yang dibuat tetap mengandung tidakpastian, artinya keputusan ***bisa benar atau salah,*** sehingga menimbulkan risiko. Besar kecilnya risiko dinyatakan dalam bentuk probabilitas, atau tingkat kepercayaan dalam pengabilan keputusan. Kebenaran (benar atau salahnya) suatu hipotesis tidak akan pernah diketahui dengan pasti, kecuali kita memeriksa **seluruh populasi** (kesimpulan deskripti), dan ini hampir pasti tidak mungkin. Sehingga kita dapat mengambil sampel secara acak, dan menggunakan informasi (atau bukti) dari sampel tersebut untuk menerima atau menolak suatu hipotesis.

Pengujian hipotesis merupakan bagian terpenting dari statistik inferensi (statistik induktif), karena berdasarkan pengujian tersebut, pembuatan keputusan atau pemecahan persoalan sebagai dasar penelitian lebih lanjut dapat terselesaikan. **Penerimaan** suatu hipotesis terjadi karena **tidak cukup bukti** untuk **menolak** hipotesis tersebut dan **bukan** karena **hipotesis itu benar,** dan sebaliknya **Penolakan** suatu hipotesis terjadi karena **tidak cukup bukti** untuk **MENERIMA** hipotesis tersebut dan **bukan** karena **hipotesis itu salah.**

Contoh

Sebelum tahun 2016, pendaftaran mahasiswa Universtas Wijaya Kusuma Surabaya dilakukan dengan pengisian formulir secara manual. Pada tahun 2016, BAA Universitas Wijaya Kusuma Surabaya memperkenalkan sistem pendaftaran "ON-LINE".

Seorang Staf BAA ingin membuktikan pendapatnya “bahwa rata-rata waktu pendaftaran dengan sistem ON-LINE akan lebih cepat dibanding dengan sistem yang lama” Untuk membuktikan pendapatnya, ia akan membuat hipotesis sebagai berikut:

H_0 : rata-rata waktu pendaftaran sistem "ON-LINE" **sama** dengan sistem lama

H_a : rata-rata waktu pendaftaran sistem "ON-LINE" **lebih cepat** dengan sistem lama

Pernyataan hipotesis tersebut jaga dapat dirumuskan sebagai berikut:

H_0 : rata-rata waktu pendaftaran sistem "ON-LINE" **=** dengan sistem lama

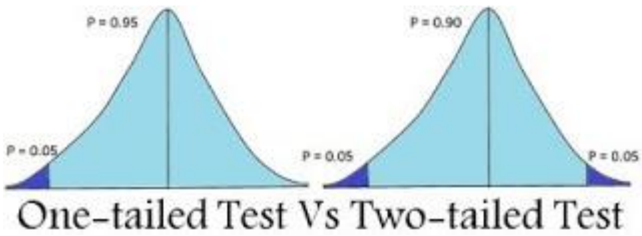
H_a : rata-rata waktu pendaftaran sistem "ON-LINE" **<** dengan sistem lama

Staf PSA tersebut akan mengambil sampel dan berharap hipotesis awal ini ditolak, sehingga pendapatnya dapat diterima!

6.3. Hipotesis Satu Ekor VS Hipotesis Dua Ekor.

Dalam pengujian hipotesis, kita sering langsung melihat pada nilai signifikansinya (p). Ketika nilai signifikansi kurang dari 0,05 ($p<0,05$) maka hipotesis nihil ditolak dan hipotesis alternatif diterima (Field, 2013). Panduan tersebut menjadi dasar ketika membaca hasil pengujian hipotesis sehingga dengan mudah kita menyimpulkan terdapat hubungan/perbedaan atau tidak terdapat hubungan/perbedaan. Namun, kita tidak melihat apakah **hipotesis tersebut diuji berdasar 1-tailed atau 2-tailed**. Hal ini dikarenakan kita tidak sadar akan keberadaan istilah tersebut dan tidak tahu fungsi dari adanya istilah tersebut.

Istilah 1-tailed (satu arah) dan 2-tailed (dua arah) pasti akan ada pada semua pengujian hipotesis. Baik untuk kasus-kasus **komparatip, korelasional** maupun **kausal**, ketiga hal tersebut akan mengikutsertakan istilah 1-tailed atau 2-tailed. Dengan demikian, kita haruslah mengerti maksud dari kedua istilah tersebut. Secara sederhana, 1-tailed atau 2-tailed merupakan sebuah patokan untuk menguji sebuah hipotesis. Perbedaan antara kedua hal ini terletak pada hipotesis yang akan diuji, maksudnya, hipotesis yang akan diuji akan mempengaruhi atau menentukan jenis pengujian mana yang akan digunakan, apakah uji 1-tailed atau 2-tailed. Perlu diingat kembali, bahwa hipotesis terbagi menjadi dua berdasarkan arahnya, yaitu hipotesis yang terarah dan tidak terarah.



__Gambar 6.1. Grafik distribusi normal 1-tailed dan 2-tailed__
Sumber: google.co.id

Gambar 1 menunjukkan grafik distribusi normal 1-tailed (kiri) dan 2-tailed (kanan). Daerah yang berwarna biru muda merupakan daerah penolakan H_0 (hipotesis nol). Maksudnya, ketika nilai Z atau nilai signifikansi (p) berada pada titik tersebut maka dapat dikatakan bahwa hipotesis nol dapat ditolak dengan nilai tersebut sehingga dapat ditarik kesimpulan terdapat hubungan atau perbedaan. Hal yang membedakan dari 1-tailed dan 2-tailed ialah posisi daerah penolakan, karena 2-tailed (2 ekor) maka daerah penolakan H_0 (hipotesis nol) juga ada 2 (dua) titik sebelah kiri (-) atau titik sebelah kanan (+), artinya ketika nilai Z atau nilai signifikansi (p) berada pada titik tersebut (baik sebelah kiri atau sebelah kanan, maka dapat dikatakan bahwa hipotesis nol (H_0) dapat ditolak sehingga dapat ditarik kesimpulan terdapat hubungan atau perbedaan dari variabel yang diamati.

Contoh hipotesis 1-tailed (satu arah) dan hipotesis 2-tailed (dua arah)

Perbedaan penulisan hipotesis 1-tailed dengan 2-tailed, terletak pada penulisan hipotesis alternatipnya (**H_a**). Untuk memperoleh gambaran yang lebih jelas dalam menentukan apakah menggunakan hipotesis 1-tailed atau 2-tailed, perhatikan 2 (dua) kasus berikut:

Kasus 1

Seorang peneliti ingin mengetahui rata-rata uang saku mahasiswa Universitas X perbulan. Menurut ***isu yang berkembang***, rata-rata uang saku yang dimiliki mahasiwa universitas Z adalah **lebih besar dari** Rp. 500 ribu/bulan

kasus 2

Seorang peneliti ingin meneliti pada perihal yang sama, bedanya, menurut ***isu yang berkembang***, rata-rata uang saku mahasiswa universitas Z adalah **sekitar** Rp.500 ribu/bulan.

Berdasarkan kedua kasus tersebut, maka penulisan hipotesis alternatipnya (**H_a**) adalah:

Kasus 1

Karena isunya **"lebih besar dari"**, sehingga penulisan hipotesis alternatipnya

$H_a > 500$

pernyataan **">"** (lebih besar) merupakan hipotesis 1-tailed (satu arah), hipotesis satu arah ini juga berlaku untuk pernyataan: **$H_a < 500$ (**lebih kecil**)**

Kasus 2

Karena isunya **"sekitar"**, yang berarti ada dua kemungkinan, yaitu (lebih besar atau lebih kecil), sehingga disebut hipotesis 2-tailed (dua arah), hipotesis alternatipnya

$H_a \neq 500$

Hipotesis nol **(H_0)** untuk kedua kasus di atas sama, yaitu:

$H_0 = 500$

Sehingga penulisan penulisan hipotesis kedua kasus di atas adalah:

Kasus 1

$H_0 = 500$

$H_a > 500$

Kasus 2

$H_0 = 500$

$H_a \neq 500$

6.4. Teknik Dalam Uji Hipotesis

Teknik dalam uji hipotesis, merupakan langkah-langkah yang dilakukan untuk menguji atau membuktikan apakah hipotesis yang dikemukakan benar atau salah. Apabila benar maka hipotesisnya diterima, bila salah hipotesisnya ditolak, dimana keputusan penerimaan atau penolakan hipotesis berdasarkan hasil analisis data. Pengambilan keputusan (kesimpulan) **menerima** atau **menolak hipotesis** mempunyai risiko salah, karena kebenaran keputusan (kesimpulan) tersebut ditentukan oleh tingkat kepercayaan, sehingga ada peluang salah sebesar **α,** dimana besarnya **α** tergantung dari tingkat kepercayaan yang digunakan, karena tingkat kepercayaan = 1 – **α.**

a. Jenis Kesalahan

Secara teknis, penarikan kesimpulan dalam pengujian hipotesis dapat terjadi, sehingga Penolakan atau Penerimaan Hipotesis dapat membawa kita pada 2 jenis kesalahan (kesalahan= error = galat), yaitu :

Galat Jenis 1

Galat jenis 1, terjadi karena Penolakan Hipotesis nol (**H_0**) yang benar

Galat Jenis 1 dinotasikan sebagai α

α juga disebut (merupakan) ***taraf nyata*** uji

Galat Jenis 2

Galat jenis 2, terjadi karena Penerimaan Hipotesis nol (**H_0**) yang salah

Galat Jenis 2 dinotasikan sebagai β

- ✓ Prinsip pengujian hipotesis yang baik adalah **meminimalkan nilai α dan β**
- ✓ Dalam perhitungan, ***nilai α dapat dihitung*** sedangkan nilai β hanya bisa dihitung jika nilai hipotesis alternatif sangat spesifik.
- ✓ Pada pengujian hipotesis, kita **lebih sering berhubungan dengan nilai α.** Dengan asumsi, nilai α yang kecil juga mencerminkan nilai β yang juga kecil.

(penjelasan terperinci mengenai nilai α dan β, dapat ditemukan dalam, buku ***Pengantar Statistika, R. E. Walpole,*** *bab 10.)*

b. Prinsip dan Arah Pengujian Hipotesis

Dalam melakukan uji hipotesis mempunyai prinsip, dimana prinsip pengujian hipotesis adalah **perbandingan nilai statistik uji** (**Z-hitung** atau **t-hitung**) dengan **nilai titik kritis** (**Z-tabel** atau **t-Tabel**), atau dapat juga membandingkan ***nilai probabilitas*** dengan ***nilai*** α yang digunakan.

Kaidah Pengujian (penarikan kesimpulan):

Untuk sampel kecil

Apabila $|t_{hitung}|$ < t tabel, tolak H_a, terima H_0

Apabila $|t_{hitung}|$ > t tabel, tolak H_0, terima H_a

Untuk sampel besar

Apabila $|Z_{hitung}|$ < Z tabel, tolak H_a, terima H_0

Apabila $|Z_{hitung}|$ > Z tabel, tolak H_0, terima H_a

Kaidah Pengujian (penarikan kesimpulan), juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas Statistik dengan nilai α yang digunakan,

Apabila nilai probabilitas statistik < nilai α, tolak H_0, terima H_a

Apabila nilai probabilitas statistik > nilai α, tolak H_a, terima H_0

Titik Kritis adalah nilai yang menjadi batas daerah penerimaan dan penolakan hipotesis. Nilai titik kritis yang digunakan pada z atau t tergantung dari arah pengujian yang dilakukan (pengujian satu arah atau dua arah) sesuai dengan pernyataan hipotesisnya.

Contoh Uji Satu Arah

H_0 : μ = 3 juta

H_a : μ < 3 juta

atau

H_a : μ >3 juta

karena uji satu arah, maka nilai α **tidak dibagi** dua, karena seluruh α diletakkan hanya di salah satu sisi selang (kiri saja atau kanan saja)

1) Misalkan pernyataan hipotesisnya:

H_0 : $\mu = \mu_0$ *)

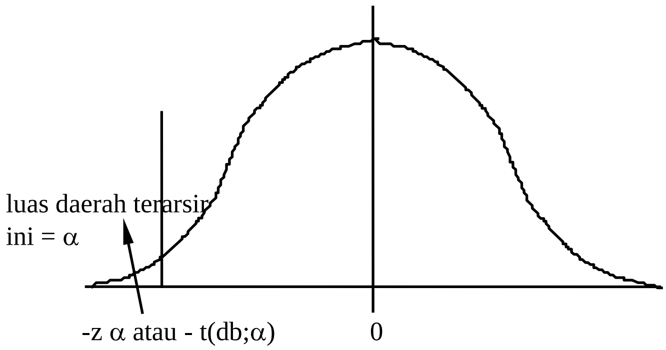
H_a : $\mu < \mu_0$

Wilayah Kritis : $z < -z_\alpha$ atau $t < -t_{(db;\alpha)}$

Catatan

*) μ_0 adalah suatu rata-rata yang diajukan dalam H_0

**) Penggunaan z atau t tergantung ukuran sampel
sampel besar menggunakan z; sampel kecil menggunakan t.



■ daerah yang diarsir → daerah penolakan hipotesis
☐ daerah tak diarsir → daerah penerimaan hipotesis

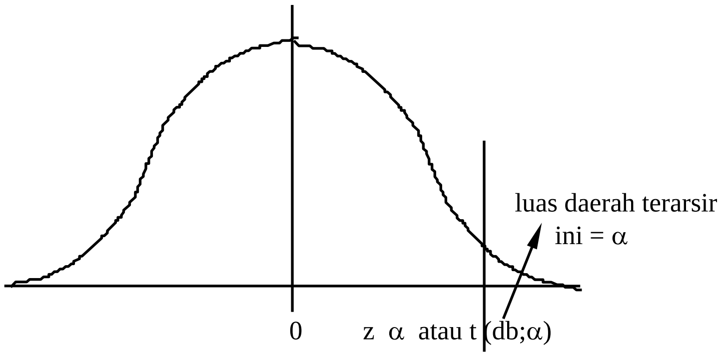
Gambar 6.2. Titik Kritis untuk hipotesis H_a: $\mu < \bar{x}$

2) Misalkan pernyataan hipotesisnya:

H_0 : $\mu = \mu_0$ *)

H_a : $\mu > \mu_0$

Wilayah Kritis: $z > z_\alpha$ atau $t > t_{(db,\alpha)}$



■ daerah terarsir → daerah penolakan hipotesis
☐daerah tak terarsir → daerah penerimaan hipotesis

Gambar 6.3. Titik Kritis untuk hipotesis H_a: $\mu > \bar{x}$

Contoh Uji Dua Arah

H_0 : μ = 3 juta

H_a : μ ≠ 3 juta

(Merupakan uji dua arah)

Karena menguunakan uji dua arah, maka nilai α **dibagi** dua, karena α diletakkan di kedua sisi selang (sebelah kiri dan sebelah kanan)

3) Misalkan pernyataan hipotesisnya:

H_0 : $\mu = \mu_0$ *)

H_a : $\mu \neq \mu_0$

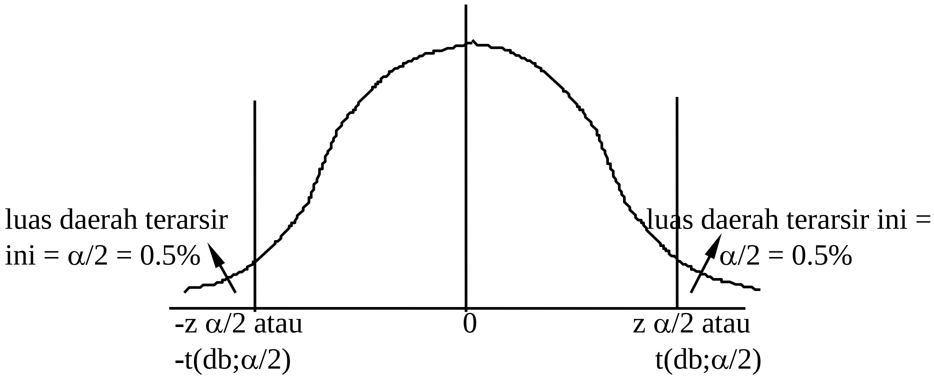
Wilayah Kritis : $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$

atau $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > - t_{(db,\alpha/2)}$

*) μ_0 adalah suatu rata-rata yang diajukan dalam H_0

**) Penggunaan z atau t tergantung ukuran sampel

sampel besar menggunakan z; sampel kecil menggunakan t.



■ daerah terarsir → daerah penolakan hipotesis

☐daerah tak terarsir → daerah penerimaan hipotesis

Gambar 6.4. Titik Kritis untuk hipotesis H_a: $\mu \neq \bar{x}$

c. Teknis Pengerjaan Uji Hipotesis

Ada tujuh (7) langkah dalam menyelesaikan, pengerjaan uji hipotesis:

1. Tentukan H_0 dan H_1

2* Tentukan statistik uji [z atau t]

3* Tentukan arah pengujian [1 atau 2]

4* Taraf Nyata Pengujian [α atau α/2]

5. Tentukan nilai titik kritis atau daerah penerimaan-penolakan H_0

6. Cari nilai Statistik Hitung

7. Tentukan Kesimpulan [terima atau tolak H_0]

) Urutan pengerjaan langkah ke2, 3 dan 4 dapat saling dipertukarkan!

Beberapa Nilai z yang penting, yang sering digunakan sebagai nilai kritis dalam pengujian hipotesis.

$$z_{5\%} = z_{0.05} = 1.645 \qquad z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$$

$$z_{1\%} = z_{0.01} = 2.33 \qquad z_{0.5\%} = z_{0.005} = 2.575$$

Sebagai dalam kasus pendugaan, untuk melakukan pengujian hipotesis juga dibedakan antara sampel besar dengan sampel kecil, dimana sampel besar menggunakan sebaran Z, dan sampel kecil menggunakan sebaran t. Berikut adalah rumus untuk penghitungan Uji Statistik atau Uji Hipotesis, untuk menguji komperatip (perbedaan) nila rata-rata (mean).

1. Rata-rata dari Sampel Besar
2. Rata-rata dari Sampel Kecil
3. Beda 2 Rata-rata dari Sampel Besar
4. Beda 2 Rata-rata dari Sampel Kecil

Secara umum penulisan hipotesis H_0, H_a, rumus dan wilayah kritis seabagai dasar pengambilan keputusan untuk menguji hipotesis kasus nilai Rata-Rata (Mean), baik untuk sampel kecil, maupun sampel besar dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel: 6.1
Penulisan Hipoteisis Rata-Rata (Mean)

H_0	Nilai Uji Statistik	H_a	Wilayah Kritis
1. $\mu = \mu_0$ sampel besar n≥30	$z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ σ dapat diganti dengan s	$\mu < \mu_0$ → $\mu > \mu_0$ → $\mu \neq \mu_0$ →	$z < -z_{\alpha}$ $z > z_{\alpha}$ $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$

Lanjutan Tabel: 6.1

2. $\mu = \mu_0$ sampel kecil n<30	$t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$	$\mu < \mu_0 \rightarrow$ $\mu > \mu_0 \rightarrow$ $\mu \neq \mu_0 \rightarrow$	$t < -t_{(db;\alpha)}$ $t > t_{(db,\alpha)}$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$ db = n-1
3. $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert = d_0$ sampel-sampel besar $n_1 \geq 30$ $n_2 \geq 30$	$z = \dfrac{\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert - d_0}{\sqrt{(\sigma_1^2 / n_1) + (\sigma_2^2 / n_2)}}$ Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui $\rightarrow$ gunakan s_1^2 dan s_2^2	$\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert > d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert \neq d_0 \rightarrow$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$
4. $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert = d_0$ sampel -sampel kecil $n_1 < 30$ $n_2 < 30$	$t = \dfrac{\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert - d_0}{\sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}}$	$\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert > d_0 \rightarrow$ $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert \neq d_0 \rightarrow$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$ db = $n_1 + n_2 - 2$

d. Contoh penyelesaian Uji Hipotesis atau Uji Hipotesis

1) *Uji Hipotesis Rata-rata Sampel Besar*

Dari 100 nasabah bank rata-rata melakukan penarikan \$495 per bulan melalui ATM, dengan simpangan baku = \$45.

Dengan taraf nyata 1%, ujilah kebenaran dari pernyataan tersebut:

a) apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM <u>kurang dari \$500</u> per bulan?

b) apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM <u>tidak sama dengan \$500</u> per bulan?

(Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 0.5%, statistik uji=z)

Jawab:

Diketahui:

$\bar{x}$ = 495 s = 45 n=100 μ_0 =500 α=1%

1. H_0 : $\mu = 500$
   H_a : $\mu < 500$

2* statistik uji: z $\rightarrow$ karena sampel besar

3* arah pengujian: 1 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 1% = 0.01

5. Titik kritis $\rightarrow$ $z < -z_{0.01}$ $\rightarrow$ z < - 2.33

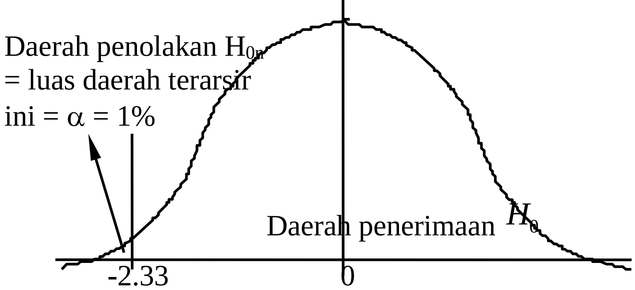
6. Statistik Hitung

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{495 - 500}{45 / \sqrt{100}} = \frac{-5}{4.5} = -1.11$$

7. **Kesimpulan:**

   z hitung = -1.11 ada di daerah penerimaan H_0

   H_0 **diterima,** rata-rata pengambilan uang di ATM masih = \$ 500



b) (Coba dikerjakan sebagai latihan) !

untuk hipotesis:

H_a: $\mu \neq 500$; (Uji 2 arah, $\alpha/2 = 0.5\%$, statistik uji=z)

2) Uji Hipotesis Rata-rata Sampel Kecil

Seorang *Manajer SDM* perusahaan "Adil" menguji 25 karyawan dan mendapatkan bahwa rata-rata penguasaan pekerjaan kesekretarisan adalah 22 bulan dengan simpangan baku = 4 bulan. Dengan taraf nyata 5%, ujilah:

a) Apakah rata-rata penguasaan kerja kesekretarisan lebih dari 20 bulan?

b) Apakah rata-rata penguasaan kerja kesekretarisan tidak sama dengan 20 bulan?

Jawab:

Diketahui:

$\bar{x}$ **= 22, s = 4, n = 25,** μ_0 **= 20, dan** α **= 5%**

Soal a, ditinggalkan sebagai latihan

(H_a: $\mu > 20$; uji 1 arah, α=5%, statistik uji = t, db = 24)

Soal b

1. H_0 : $\mu = 20$
   H_a : $\mu \neq 20$

2* statistik uji: t $\rightarrow$ karena sampel kecil

3* arah pengujian: 2 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05

$\alpha/2$ = 2.5% = 0.025

5. Titik kritis

db = n-1 = 25-1 = 24

Titik kritis $\rightarrow$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$

t < -t (24; 2.5%) $\rightarrow$ t < -2.064 dan

t > t (24; 2.5%) $\rightarrow$ t > 2.064

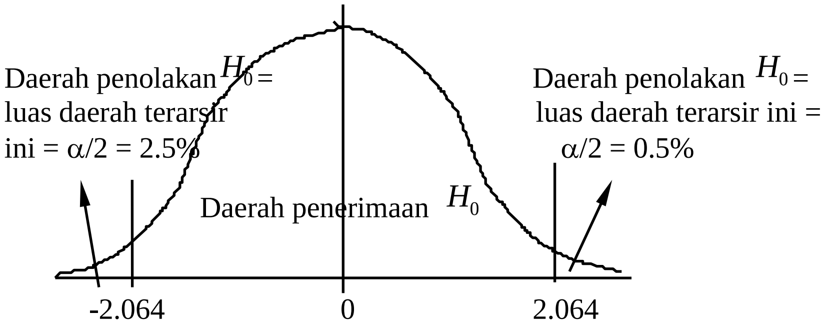
6. Statistik Hitung

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{22 - 20}{4 / \sqrt{25}} = \frac{2}{0.8} = 2.5$$

7. **Kesimpulan:**

   t hitung = -2.5 ada di daerah penolakan H_0

   H_0 ditolak, H_a diterima, rata-rata penguasaan pekerjaan kesekretarisan ≠ 20 bulan



3) Uji Hipotesis Beda 2 Rata-rata Sampel Besar

Berikut adalah data nilai prestasi kerja karyawan antara yang mendapat training dengan yang tidak mendapat training.

Tabel: 6.2
Nilai Prestasi Kerja Karyawan Training Dengan Yang Tidak Training

	DGN TRAINING	TANPA TRAINING
rata-rata nilai prestasi	$\bar{x}_1 = 300$	$\bar{x}_2 = 302$
ragam	$s_1^2 = 4$	$s_2^2 = 4.5$
ukuran sampel	$n_1 = 40$	$n_2 = 30$

Dengan taraf nyata 5 % ujilah:

a. Apakah perbedaan rata-rata nilai prestasi kerja $|\mu_1 - \mu_2| > 0$?

b. Apakah ada perbedaan rata-rata prestasi kerja $|\mu_1 - \mu_2| \neq 0$?

Jawab

a) α = 5 % $d_0 = 0$

1. $H_0 : \left|\mu_1 - \mu_2\right| = 0$

   $H_a : \left|\mu_1 - \mu_2\right| > 0$

2* statistik uji: z $\rightarrow$ karena sampel besar

3* arah pengujian: 1 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 5%

5. Titik kritis $\rightarrow$ z > $z_{5\%}$ $\rightarrow$ z > 1.645

6. Statistik Hitung

$$z = \frac{\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - d_0}{\sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}} = \frac{|300 - 302| - 0}{\sqrt{(4/40) + (4.5/30)}} = \frac{2}{\sqrt{0.1 + 0.15}} = \frac{2}{\sqrt{0.25}} = \frac{2}{0.5} = 4$$

7. **Kesimpulan:**

   z hitung = 4 ada di daerah penolakan H_0

   H_0 ditolak, H_a diterima $\rightarrow$ beda rata-rata prestasi kerja > 0

   Jelaskan apa makna dari kesimpulan tersebut di atas ?

b) Coba dikerjakan sebagai latihan !

Untuk hipotesis alternatip:

($H_a : \left|\mu_1 - \mu_2\right| \neq 0$; Uji 2 arah, $\alpha/2$ = 2.5%, statistik uji=z)

4) *Uji Hipotesis Beda 2 Rata-rata Sampel Kecil*

Berikut adalah data kerusakan produk yang dibuat oleh karyawan shift malam dan siang.

Tabel: 6.3
Rata-rata kerusakan produk karyawan shift malam dan siang.

	SHIFT MALAM	SHIFT SIANG
rata-rata kerusakan	$\bar{x}_1 = 20$	$\bar{x}_2 = 12$
ragam	$s_1^2 = 3.9$	$s_2^2 = 0.72$
ukuran sampel	$n_1 = 13$	$n_2 = 12$

Dengan taraf nyata 1 % ujilah:

a) Apakah perbedaan rata-rata kerusakan $|\mu_1 - \mu_2| < 10$?

b) Apakah ada perbedaan rata-rata kerusakan $|\mu_1 - \mu_2| \neq 10$?

Jawab :

$\alpha = 1$ % $\qquad d_0 = 10$

Soal a, Coba kerjakan sebagai latihan!

(H_a: $|\mu_1 - \mu_2| < 10$; uji 1 arah, α=1%, statistik uji = t, db = 13+12-2 = 23)

(Lanjutkan pengujian hipotesisn untuk soal a)

Soal b.

1. H_0 : $|\mu_1 - \mu_2|$ = 10

   H_a : $|\mu_1 - \mu_2| \neq 10$

2* statistik uji: t $\rightarrow$ karena sampel kecil

3* arah pengujian 2 arah

4* Taraf Nyata Pengujian = α = 1% = 0.01

$\alpha/2$ = 0.5% = 0.005

5. Titik kritis

   db = $n_1 + n_2$ - 2 = 13+ 12 - 2 = 23

Titik kritis $\rightarrow$ $t < -t_{(db,\alpha/2)}$ dan $t > t_{(db;\alpha/2)}$

t < -t (23; 0.5%) $\rightarrow$ t < -2.807 dan

t > t (23; 0.5%) $\rightarrow$ t > 2.807

6. Statistik Hitung

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - d_0}{\sqrt{(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)}} = \frac{|20 - 12| - 10}{\sqrt{(3.9/13) + (0.72/12)}} = \frac{8 - 10}{\sqrt{0.30 + 0.06}} = \frac{-2}{\sqrt{0.36}} = \frac{-2}{0.60} =$$

-3.33

7. Kesimpulan:

t hitung = -3.3 ada di daerah penolakan H_0

H_0 ditolak, H_a diterima, rata-rata kerusakan $\neq$ 10.

Karena H_0 ditolak, maka kesimpulannya ada perbedaan yang nyata antara tingkat kerusakan antara SHIFT MALAM, dengan SHIFT SIANG

RINGKASAN :

Ujian Hipotesis atau **Uji Statistik** merupakan pengujian terhadap pernyataan yang kebenarannya masih diragukan (belum pasti). Dalam melakukan pengujian tersebut digunakan data sample, yang dibedakan antara **sampel kecil** ($n < 30$) dengan **sampel besar** ($n \geq 30$), dimana uji hipotesis denganmenggunakan sampek kecil, digunakan tabel t, (t-tabel), sedang bila menggunakan sampel besar digunakan sebaran Z (Z-tabel).

Dasar pengambilan keputusan adalah membandingkan t_{hitung} dengan t_{tabel} (untuk sampel kecil), atau Z_{hitung} dengan Z_{tabel} (untuk sampel besar), dengan kaidah keputusan:

Apabila $|t_{hitung}| <$ t tabel, tolak H_a, terima H_0
Apabila $|t_{hitung}| >$ t tabel, tolak H_0, terima H_a

Untuk sampel besar

Apabila $|Z_{hitung}| <$ Z tabel, tolak H_a, terima H_0
Apabila $|Z_{hitung}| >$ Z tabel, tolak H_0, terima H_a

Kaidah Pengujian (penarikan kesimpulan), juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas Statistik dengan nilai α yang digunakan.

SOAL LATIHAN

1) *Perusahaan alat olahraga mengembangkan jenis barang pancing sintetik yang* ***diklaim*** *mempunyai rata-rata kekuatan 8 kg dan simpangan baku 0,5 kg. Telah diketahui bahwa dengan sampel 50 pancing sintetik rata-rata kekuatannya adalah 7,8 kg. Dengan taraf signifikasi sebesar 0,01, Ujilah hipotesis bahwa rata-rata populasinya tidak sama dengan 8 kg ?*
2) *Suatu sampel acak 100 catatan kematian di US selama tahun yang lalu menunjukkan umur rata-rata 71,8 tahun dengan simpangan baku 8,9 tahun. Dengan taraf signifikasi 0,05 , ujilah hipotesis bahwa rata-rata umur sekarang ini lebih dari 70 tahun ?*
3) *Waktu rata-rata yang diperlukan per mahasiswa untuk mendaftarkan diri pada semester ganjil disuatu perguruan tinggi adalah 50 menit dengan simpangan baku 10 menit. Suatu prosedur pendaftaran baru yang menggunakan mesin modern sedang dicoba. Dengan mesin modern tersebut diketahui bahwa 12 mahasiswa memerlukan waktu pendaftaran rata-rata 42 menit dengan simpangan baku 11,9 menit. Dengan taraf keyakinan sebesar 0,05 , ujilah hipotesis bahwa nilai rata-ratapopulasi mesin modern kurang dari 50 ? Asumsikan bahw populasi waktu berdistribusi normal.*

4) *Sebuah pelajaran matematika diberikan pada 12 siswa dengan metode pengajaran yang biasa. Kelas lain yang terdiri dari 10 siswa diberikan pelajaran yang sama tetapi dengan metode yang menggunakan bahan yang telah diprogramkan. Pada akhir semester murid kedua kelas itu diberikan ujian yang sama. Kelas pertama mencapai nilai rata-rata 85 dengan simpangan baku 4, sedangkan kelas yang menggunakan bahan yang terpogramkan memperoleh nilai rata-rata 81 dengan simpangan baku 5. Dengan taraf signifikasi 0,1 , ujilah hipotesis bahwa tidak ada perbedaan antara kedua metode pengajaran. Asumsikan bahwa kedua populasi berdistribusi normal dengan varians yang sama.*

5) *Sebuah perusahaan Aki Mobil mengklaim bahwa umur Aki yang diproduksinya mempunyai simpangan baku 0,9 tahun. Bila sampel acak dari 10 aki menghasilkan simpangan baku s sebesar 1,2 tahun. Dengan taraf signifikasi 0,05, apakah menuut anda simpangan baku lebih dari 0,9 ?*

6) *Ketika menguji kesaman dua nilai rata-rata populasi dalam "contoh dua populasi", kita mengasumsikan varians kedua populasinya sama tetapi nilainya tidak diketahui. Cukupkah beralasankah asumsi yang kita buat ini ? Gunakanlah taraf signifikasi 0,1.*

7) *Seorang pemborong menyatakan bahwa 70% rumah-rumah yang baru dibangun di kota Richmond dipasang suatu alat pemompa udara panas. Apakah anda setuju dengan pernyataan tersebut bila diantara 15 rumah baru yang diambil secara acak terdapat 8 rumah yang menggunakan pompa udara panas ? Gunakan taraf signifikasi 0,1.*

8) *Suatu pemungutan suara hendak dilakukan diantara penduduk suatu kota dan sekitarnya untuk mengetahui pendapat mereka mengenai rencana pendirian sebuah gedung pertemuan serba guna. Lokasi gedung yang akan dibangun itu di dalam kota, sehingga para penduduk yang tinggal di sekitar merasa bahwa rencana itu akan lolos karena besarnya proporsi penduduk kota yang menyetujuinya. Untuk mengetahui apakah ada selisih yang nyata antara proporsi penduduk kota dan penduduk sekitar kota itu yang menyetujui rencana tersebut, diambil suatu sampel acak. Bila ternyata 120 di antara 200 penduduk kota dan 240 diantara 500 penduduk sekitar kota yang menyetujui rencana tersebut, apakah anda setuju bila dikatakan bahwa proporsi penduduk kota yang menyetujui rencana tersebut lebih tinggi daripada proporsi penduduk sekitar kota yang menyetujui rencana tersebut ? Gunakan taraf signifikasi 0,025.*

9) *Sebuah pabrik mobil menyatakan bahwa dengan memakai mesin yang lebih besar kapasitas ruang bakarnya akan diperoleh konsumsi rata-rata per galon bensin yang lebih tinggi (lebih irit) untuk membuktikannya dipakai lima buah mobil dengan mesin yang bisa diganti. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan mesin 1000 cc diperoleh konsumsi rata-rata 170 km/galon dengan simpangan baku 15,36/galon. Sedangkan dengan mesin jenis 1200 cc diperoleh konsumsi rata-rata 179km/galon dengan simpangan baku 14,71 km/galon.*

   a, Buatlah hipotesis nol alternatif
   b. Buatlah kriteria penerimaan /penolakan Ho dengan alfa =5%

c. Hitunglah t observasi nya
d. Ambilah kesimpulan uji dengan membandingkan butir b dan c
e. Buatlah kesimpulan umum atau pernyataan pabrik mobil tsb.

10) *Mahasiswa jurusan ikm ditugaskan untuk melakukan penyuluhan mengenai kesehatan gigi. Mahasiswa tersebut mengelompokkan kelas menjadi dua kelompok. Kelompok pertama diberi penyuluhan dan kelompok kedua tidak diberi penyuluhan. Dari 250 siswa yg diberi penyuluhan, kurang paham sebanyak 15 orang. Sedangkan dari 200 siswa ug tidak diberi penyuluhan, kurang paham sebanyak 15 orang. Dengan tingkat kepercayaan 5 % dan simpangan baku/ standar deviasi 40, apakah pemberian penyuluhan terbaru pada siswa akan menjadi lebih baik daripada tidak diberi penyuluhan?*

11) *Seorang peneliti ingin mengetahui apakah perusahaan pembuat mesin bubut rata-rata masih tetap memproduksi 30 buah mesin bubut per harinya atau lebih kecil dari itu. Data-data sebelumnya diketahui bahwa standar deviasinya 25. Kemudian sebagai alat penguji, diambil sampel penelitian sebanyak 100 dan diperoleh rata-rata produksi mesin bubut 27 buah.*

12) *Apakah nilai tersebut masih dapat diterima sehingga produksi mesin bubut 30 buah per harinya? Ujilah dengan taraf nyata 5%.*

13) *Populasi balok kayu jati pada sebuah pabrik meiliki panjang rata-rata 80 cm dengan simpangan baku 7 cm. Setelah 3 tahun beroperasi, konsumen meragukan panjang balok kayu jati tersebut. Guna meyakinkan keabsahan hipotesis itu, seorang peneliti mengambil sampel acak 100 balok kayu jati dengan panjang yang berbeda beda dan diperoleh hasil perhitungan panjang rata-rata ikan adalah 83 cm dan standar deviasinya tetap.*

14) *Apakah ada alasan untuk meragukan bahwa rata rata panjang balok kayu jati yang dihasilkan sama dengan 80 cm pada taraf signifikan 5% ?*

15) *Mahasiswa jurusan pertanian ditugaskan untuk menguji formula pupuk terbaru untuk tanaman cabe. Mereka mengelompokkan tanaman-tanaman cabe menjadi dua kelompok.. Kelompok tanaman cabe pertama diberi pupuk dan kelompok tanaman cabe kedua tidak diberi pupuk. Dari 250 batang tanaman cabe yang diberi pupuk, mati sebanyak 15 batang. Sedangkan dari 200 batang tanaman cabe yang tidak diberi pupuk, juga mati sebanyak 15 batang. Dengan tingkat kepercayaan 95 persen, apakah pemberian pupuk formula terbaru pada cabe akan menjadi lebih baik daripada tidak diberi pupuk?*

Bab 7

ANALISIS TREND

Dalam bab ini, selaian dibahas tentang pengertian trend dalam statistik, juga dibahas tentang jenis data runtut waktu (*time series*) dimana untuk analaisis trend umumnya menggunakan data runtut waktu (*time series*). Terkait dengan materi trend itu sendiri, dibahas jenis-jenis trend, dimana secara umum trend terdiri dari trend linier dan trend non-linier. Selain pengertian dan fungsi trend, juga dijelaskan bagaimana teknik dalam membuat garis trend dengan berbagai metode, disertai contoh dalam menyelesaikan kasus trend baik trend linier maupun non-linier.

Kompetensi yang diinginkan:

1. Dapat memahami fungsi trend
2. Mengetahui jenis-jenis trend
3. Dapat menentukan persamaan garis trend, serta
4. Dapat membuat garis trend.

7.1. Analisis Trend

Trends merupakan suatu metode analisis statistika yang ditujukan untuk melakukan suatu estimasi atau peramalan pada masa yang akan datang. Pada awalnya trend dalam statistik digunakan untuk melihat ***kecenderungan*** perubahan data seiring dengan perubahan waktu. Secara umum trend atau perkembangan data mempunyai kecenderungan: ***naik, konstan*** atau ***turun***. Analisis trend juga disebut analisis runtun waktu (time series), karena dalam analisis trend menggunakan data runtun waktu (time series).

Data runtun waktu (time series) merupakan data yang dikumpulkan, dicatat, atau diobservasi sepanjang waktu secara berurutan. Periode waktu dapat menggunakan tahun, kuartal, bulan, minggu, hari atau jam. Runtut waktu dianalisis untuk menemukan polavariasi masa lalu. Data deret waktu adalah kumpulan data-data yang merupakan data historis dalam suatu periode waktu tertentu. Data yang dapat dijadikan deret waktu harus bersifat kronologis, artinya data harus mempunyai periode waktu yang berurutan. Misalnya data nilai ekspor kelapa sawit Indonesia periode tahun 2006-2016, maka datanya adalah data nilai ekspor tahunan, dari tahun 2006, sampai dengan tahun 2016.

Dalam perkembangannya, analisis trend tidak sekedar untuk melihat kecenderungan perubahan atau perkembangan data, tetapi juga digunakan untuk meramalkan (mempredisi) perkembangan data pada periode (hari, minggu, bulan dan tahun) yang akan datan. Untuk melakukan peramalan dengan baik maka dibutuhkan berbagai macam informasi (data) yang cukup banyak dan diamati dalam periode waktu yang relatif cukup panjang, sehingga hasil analisis tersebut dapat mengetahui sampai berapa besar fluktuasi yang terjadi dan faktor-faktor apa saja yang memengaruhi terhadap perubahan tersebut.

Secara teoristis, akurasi peramalan dalam analisis trend hal yang paling menentukan adalah kualitas dan keakuratan dari data-data yang diperoleh, serta waktu atau periode dari data-data tersebut dikumpulkan. Jika data yang dikumpulkan tersebut semakin banyak maka semakin baik pula estimasi atau peramalan yang diperoleh. Sebaliknya, jika data yang dikumpulkan semakin sedikit maka hasil estimasi atau peramalannya akan semakin jelek.

Pergerakan data (Trend) dalam jangka panjang dalam suatu kurun waktu tertentu kadang-kadang dapat digambarkan dengan garis lurus atau kurva mulus, tetapi sebenarnya yang terbaik adalah untuk melihat siklus pertkembangan data (trend-siklus) sebagai perubahan dengan halus dari waktu ke waktu.

Pada kenyataannya, anggapan bahwa trend dapat diwakili oleh beberapa fungsi sederhana seperti garis lurus sepanjang periode untuk runtun waktu (time series) yang diamati jarang ditemukan. Seringkali fungsi tersebut mudah dicocokkan dengan kurva trend pada suatu kurun waktu karena dua alasan, yaitu:

a. Fungsi tersebut menyediakan beberapa indikasi arah umum dari seri yang diamati, dan
b. Dapat dihilangkan dari seri aslinya untuk mendapatkan gambar musiman lebih jelas dan lebih sederhana.

Ada beberapa teknik untuk meramalkan kejadian di masa yang akan datang berdasarkan karakteristik data, misalnya teknik smoothing, teknik siklus, dan teknik musiman.

7.2. Asumsi Data Deret Waktu

Ada beberapa asumsi penting yang harus dipenuhi agar data deret waktu dapat digunakan dalam keperluan proyeksi/peramalan. Beberapa diantaranya adalah:

a. Adanya ketergantungan antara kejadian masa mendatang terhadap masa sebelumnya atau lebih dikenal dengan istilah adanya ***autokorelasi*** antara Z_t dan Z_{t-k}.
b. Asumsi berikutnya adalah aktivitas pada masa depan mengikuti pola yang terjadi pada masa lalu dan hubungan/keterkaitan pada masa lalu dapat ditentukan dengan pengamatan atau penelitian, dan
c. Akurasi yang dihasilkan dari peramalan deret waktu, sangat ditentukan oleh seberapa jauh asumsi-asumsi diatas dipenuhi.

Model klasik deret waktu yang biasa digunakan adalah perkalian dari 4 komponen deret waktu.

$$\mathbf{Y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t,}$$

Dimana:

Y_t : variabel respon pada waktu-t.
T_t : trend sekuler, yaitu gerakan umum plot data dalam jangka panjang.
C_t : pergerakan siklus, yaitu pola data deret waktu yang terjadi dan mengalami perulangan setelah periode waktu tertentu.
S_t : fluktuasi musim, yaitu pola teratur tahunan yang berulang pada tiap tahun.

I_t : variasi tak beraturan, dimana komponen ini tidak dapat diduga sebelumnya dan bersifat acak, seperti adanya bencana.

7.3. Jenis Trend

a. Trend Linier Positif dan Negatif

Trend data berkala bisa berbentuk trend tang meningkat dan menurun secara mulus. Trend yang meningkat disebut **trend positif** dan trend yang menurun disebut **trend negatif**.

1) **Trend positif** mempunyai kecenderungan nilai ramalan (Y’) meningkat dengan meningkatnya waktu (t).

$$\boldsymbol{Y = a + b\ t}$$

Dimana:

a = konstanta

b = tingkat kecenderungan **(+)**

Apabila t naik 1 satuan, maka Y’ akan naik sebesar b satuan.

Trend positif mempunyai slope/gradien/kemiringan garis yang positif yaitu dari bawah ke atas.

2) **Trend negatif**

Trend negatif mempunyai kecenderungan nilai ramalan (Y’) menurun dengan meningkatna waktu (t).

$$\boldsymbol{Y = a - b\ t}$$

Dimana:

a = konstanta

b = tingkat kecenderungan **(-)**

Apabila t naik 1 satuan, maka Y’ akan turun sebesar b satuan.

Trend negatif mempunyai slope/gradien/kemiringan garis yang negatif yaitu dari atas ke bawah.

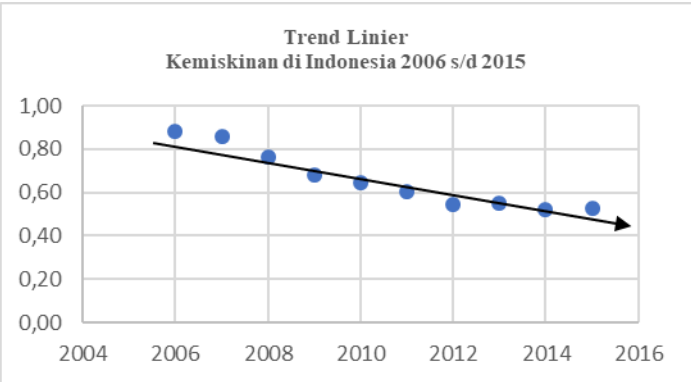
b. Trend Linier dan Non-Linier

Untuk keperluan peramalan, analisis trend secara umum dibedakan menjadi 2 (dua) jenis trend, yaitu: ***Trend Linier*** dan ***Trend Non-Linier*.**

1). Trend Linier

Sering kali data deret waktu jika digambarkan kedalam plot mendekati garis lurus. Deret waktu seperti inilah yang termasuk dalam trend linier.

Contoh: Trend Linier



Gambar 7.1. Trend Linier

Persamaan trend linier adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y_t = a + bt}$$

Dengan nilai a dan *b* diperoleh dari formula,atau koefisien yang dihitung dengan menggunakan rumus:

$$a = \frac{\sum Y}{n}$$

$$a = \frac{\sum tY}{t^2}$$

2) Trend Non-Linier

Dalam realita, perkembangan data dari waktu ke waktu, cenderung tidak lurus (non-linier), sehingga disebut ***Trend Non-Linier***.

Jenis **Trend Non-Liniear** yang dibahas adalah: ***Trend Kuadratik*** dan ***Trend Eksponensial***

Contoh: Trend Non-Linier

Gambar 7.2. : Trend Non-Linier Positip

Gambar 7.2. : Trend Non-Linier Negatip

a) **Trend Kuadratik**

Jika trend linier merupakan deret waktu yang berupa garis lurus, maka trend kuadratik merupakan deret waktu dengan data berupa garis parabola.

Persamaan untuk trend kuadratik adalah:

$$Y_X = a + bt = ct^2$$

Dengannilai *a*, *b*, dan *c* diperoleh dengan menggunakan rumus:

$$a = \frac{\sum Y - c \sum t^2}{n}$$

$$b = \frac{\sum tY\ t^2}{X^2}$$

$$a = \frac{n \sum t^2 Y - \sum t^2 \sum Y}{n \sum t^4 - (\sum t^2)^2}$$

b) **Trend Eksponensial**

Untuk mengukur sebuah deret waktu yang mengalami kenaikan atau penurunan yang cepat maka digunakan metode trend eksponensial.

Dalam metode ini digunakan persamaan:

$$Y_X = a \, . \, b^X$$

Tetapi dalam melakukan perhitungannya, persamaan di atas dapat diubah kedalam bentuk semi log, sehingga memudahkan untuk mencari nilai a dan b.

$$Log\ Y = Log\ a + Log\ b$$

$$a = antilog\ [\frac{\sum log\ Y}{n}]$$

$$b = antilog\ [\frac{\sum tlog\ Y}{\sum t^2}]$$

c. Memilih Trend Terbaik

Untuk membuat suatu keputusan yang akan dilakukan di masa yang akan datang berdasarkan deret waktu diperlukan suatu metode peramalan yang paling baik sehingga memiliki nilai kesalahan yang cenderung kecil, dan apabila digunakan untuk menduga, nilai dugaannya relatip benar atau mendekati benar.

Terdapat beberapa cara untuk menentukan metode peramalan mana yang akan dipilih sebagai metode peramalan yang paling baik, diantaranya Mean Square Error (MSE).

Untuk mencari MSE digunakan rumus sebagai berikut:

$$MSE = \frac{\sum e^2}{n}$$

Dimana nilai e adalah selisih antara nilai Y dengan peramalan (Yt). Model yang memiliki MSE paling kecil adalah model persamaan yang paling baik, atau disebut metode kuwadrat terkecil (Least Square)

7.4. Metode Penghitungan Persamaan Trend Linier

Ada beberapa metode dalam menentukan persamaan garis trend linier, Dalam perhitungan persamaan trend linier, yaitu:

a) Metode Garis Linier Secara Bebas (Free Hand Method),
b) Metode Setengah Rata-Rata (Semi Average Method), dan
c) Metode Kuadrat Terkecil (Least Square Method).

a) Metode Garis Linier Secara Bebas (Free Hand Method),

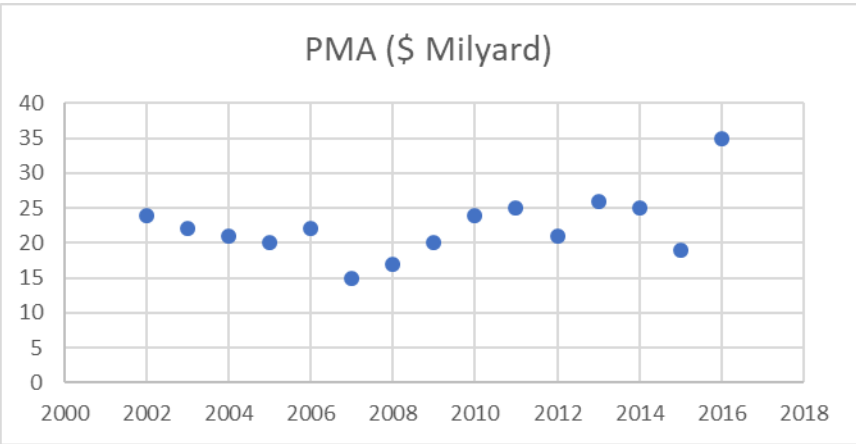
Metode garis linier secara bebas (Free Hand Method) ini merupakan metode paling sederhana yang digunakan untuk melihat trend linier, berdasarkan garis trend yang dibuat.

Contoh pembuatan garis trend dengan menggunakan metode garis linier secara bebas. Misalkan kita punya data Penaman Modal Asing, selama 15 tahun (tahun 2002 s/d 2016), sebagai berikut;

Tabel: 7.1
Data Penanaman Modal Asing (PMA)
Tahun 2002 s/d 2016

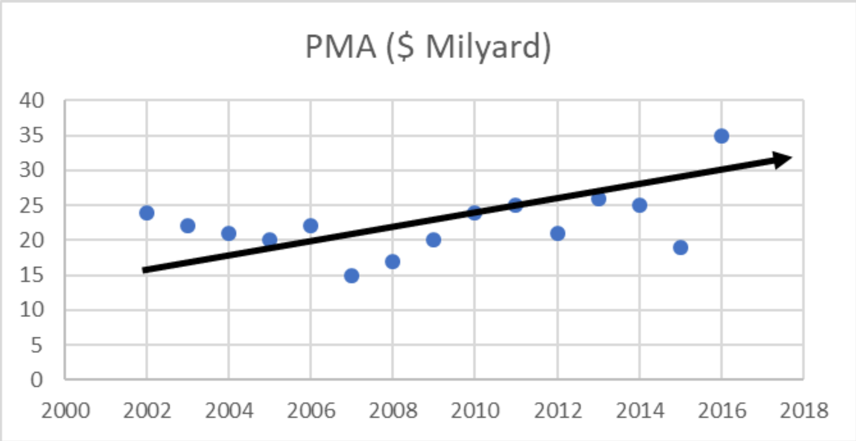
Tahun	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
PMA ($ M)	**24**	**22**	**21**	**20**	**22**	**15**	**17**	**20**	**24**	**25**	**21**	**26**	**25**	**19**	**35**

Berdasarkan data di atas dibuat diagram plot, yang hasilnya dapat dilihat seperti berikut:



Berdasarkan titik-titik pada daagram plot di atas, dibuat garis trend, untuk mempreksi (meramal) Penanaman Modal Asing pada tahun-tahun yang akan datang.

Hasil garis trendnya sebagai berikut:



Gambar: Garis Trend Linier Positip

Dari garis trend yang ada, menunjukkan bahwa. Penanaman Modal Asing untuk tahun yang akan datang diprediksi naik.

b) Metode Setengah Rata-Rata (Semi Average Method),

Membuat garis trend dengan Metode Setengah Rata-Rata ini prinsipnya menentukan 2 (dua) titik, dari 2 titik tersebut dihubungkan dan akan diperoleh satu garis lurus, sebagai garis trend linier.

Untuk menentukan letak ke 2 titik tersebut data dibagi 2 kelompok kelompok A, dan kelompok B. Untuk menghasilkan titik A dan titik B, dengan mencari nilai rata-rata kelompok tersebut.

Langkah-langkah dalam memperoleh garis trend dengan metode ini adalah:

a. Mengelompokkan data menjadi dua bagian. Jika jumlah data ganjil, maka nilai yang di tengah dapat dihilangkan atau dihitung dua kali yaitu satu bagian menjadi keompok pertama dan satu bagian menjadi kelompok kedua.

b. Menghitung rata-rata kelompok. Kelompok 1 (K1) dan kelompok 2 (K2). K1 diletakkan pada tahun pertengahan pada kelompok 1 dan K2 diletakkan pada tahun pertengahan pada kelompok 2. Nilai K1 dan K2 menjadi intersep pada persamaan trend-nya.

c. Menghitung selisih K2 – K1, apabila K2 – K1 > 0 berarti trend positif dan bila K2 < K1, maka trend-nya negatif.

d. Menghitung perubahan trend (b) dengan rumus:

$$b = \frac{(K2 - K1)}{(\text{tahun dasar } K2 - \text{tahun dasar } K1)}$$

e. Untuk mengetahui besarnya trend selanjutnya, tingla memasukkan nillai (X) pada persamaan trend Y” = a + bX yang sudah ada.

1) Bila jumlah data genap

Tabel: 7.2
Perhitungan Trend, Data Genap

<table>
<tr><th>Tahun</th><th>PMA ($ Milyard)</th><th colspan="2">∑ dan Rata-2 Kelompoak</th></tr>
<tr><td>2002</td><td>24</td><td rowspan="7">A</td><td rowspan="7">Jumlah = 141

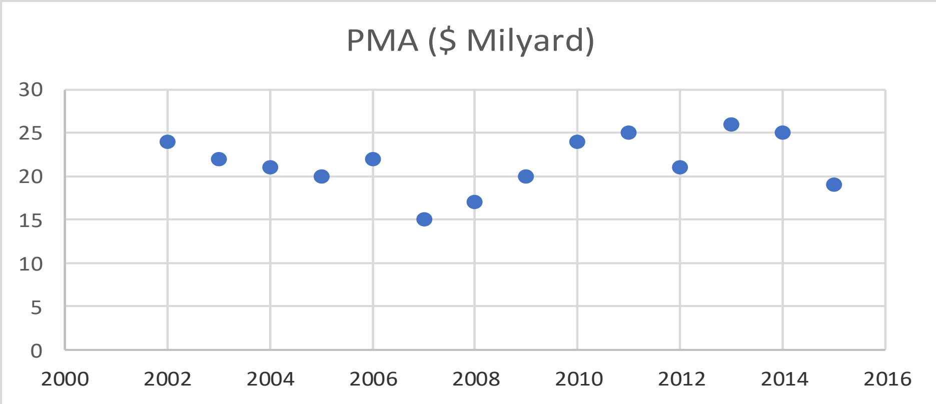
rata-2 = 20,14</td></tr>
<tr><td>2003</td><td>22</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>21</td></tr>
<tr><td>2005</td><td>20</td></tr>
<tr><td>2006</td><td>22</td></tr>
<tr><td>2007</td><td>15</td></tr>
<tr><td>2008</td><td>17</td></tr>
<tr><td>2009</td><td>20</td><td rowspan="7">B</td><td rowspan="7">Jumlah = 160

rata-2 = 22,86</td></tr>
<tr><td>2010</td><td>24</td></tr>
<tr><td>2011</td><td>25</td></tr>
<tr><td>2012</td><td>21</td></tr>
<tr><td>2013</td><td>26</td></tr>
<tr><td>2014</td><td>25</td></tr>
<tr><td>2015</td><td>19</td></tr>
</table>

Dari hasil perhitungan di atas, maka titik A dan B masing-masing adalah:

A (Juli 2005, 20,14); dan B (Juli 2012, 22,86), dan disebut trend pertengahan tahun..... ***Mengapa ?***

Bila diagram plot, sebagai berikut, gambarkan garis trendnya.



2) Bila jumlah data ganjil

Bila jumlah datanya ganjil, data tahun yang ditengah, dihitung dua kali, pada kelompok A dihitung, di kelompok B juga dihitung, sehingga data masing-masing kelompok sebagai berikut:

Tabel: 7.3
Perhitungan Trend, Data Ganjil

<table>
<tr><th>Tahun</th><th>PMA ($ Milyard)</th><th colspan="2">∑ dan Rata-2 Kelompoak</th></tr>
<tr><td>2002</td><td>24</td><td rowspan="8">A</td><td rowspan="8">Jumlah = 161

rata-2 = 20,13</td></tr>
<tr><td>2003</td><td>22</td></tr>
<tr><td>2004</td><td>21</td></tr>
<tr><td>2005</td><td>20</td></tr>
<tr><td>2006</td><td>22</td></tr>
<tr><td>2007</td><td>15</td></tr>
<tr><td>2008</td><td>17</td></tr>
<tr><td>2009</td><td>20</td></tr>
<tr><td>2009</td><td>20</td><td rowspan="8">B</td><td rowspan="8">Jumlah = 195

rata-2 = 24,4</td></tr>
<tr><td>2010</td><td>24</td></tr>
<tr><td>2011</td><td>25</td></tr>
<tr><td>2012</td><td>21</td></tr>
<tr><td>2013</td><td>26</td></tr>
<tr><td>2014</td><td>25</td></tr>
<tr><td>2015</td><td>19</td></tr>
<tr><td>2016</td><td>35</td></tr>
</table>

Untuk latihan:

Tentukan masing-masing titik A dan B, kemudian buatlah diagram plotnya dan buat garis trendnya.

c) Analisis trend dengan cara kuadrat terkecil (*least square method*)

Trend dengan metode kuadrat terkecil diperoleh dengan menentukan garis trend yang mempunyai jumlah terkecil dari kuadrat selisih data asli dengan data pada gars trend.
Apabila Y menggambarkan data asli dan Y. merupakan data trend, maka metode terkecil dirumuskan :

$$\Sigma(Y - Y')^2.$$

Perlu diingat bahwa sifat dari nilai rata-rata hitung $\Sigma(Y-Y')$ sama dengan nol, sehingga nilai tersebut dikuadratkan.
Rumus garis trend dengan metode kuadrat terkecil adalah:

$$Y' = a + b\,t$$

Dimana:

Y' = Nilai trend

a = Nilai konstanta yaitu nilai Y pada saat nilai X = 0

b = Nilai kemiringan garis, yaitu tambahan nilai Y, apabila X bertambah satu satuan

X = Nilai periode tahun (konversi dari tahun/menyederhanakan)

Dalam membuat garis Trendlinier, menggunakan persamaan garis lurus di atas, yakni :

$$Y = a + b\,X$$

Melalui persamaan garis tersebut, dengan simulasi matematika, dapat rumuskan:

$$\sum Y = n\,a + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

dimana

Y = peramalan menggunakan (trend)

∑Y = jumlah periode/interval kali a ditambah jumlah nilai x kali b

∑XY = a dikali jumlah nilai x ditambah b dikali jumlah nilai x

n = jumlah data

Ada 2 (dua) persamaan, dengan 2 bilangan tidak diketahui (a dan b), dengan mengeliminir salah satu (a, atau b), maka dapat diselesaikan.

Prinsip dasar penyelesaian trend dengan metode kuadrat terkecil (*least square method*), adalah membuat jumlah variabel (konvesi dari data tahun) = 0 (Nol)

Contoh:

Tabel: 7.4
Perhitungan Trend, Metode Least Square

Tahun	Nilai Import (Y)	X
2005	17.500	-5
2006	21.500	-4
2007	24.000	-3
2008	27.500	-2
2009	30.000	-1
2010	32.000	0
2011	35.000	1
2012	37.500	2
2013	39.000	3
2014	41.200	4
2015	42.500	5
Jumlah	**347.700**	**0**

Apabila jumlah datanya genap, maka tidak perlu nilai x = 0, seperti pada tahun2010, sehingga jumlah x tetap sama dengan Nol.

Karena jumlah x = dengan nol, maka persamaan berikut

$$\sum Y = n\,a + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

menjadi lebih sederhana, sehingga untuk mencari nilai a dan b, cukup menggunakan rumus:

a = ΣY / n dan

b = ΣXY / ΣX²

Dengan menghitung **XY** dan **X²**, diperoleh hasil:

Tabel: 7.5
Perhitungan Trend, Metode Least Square
(lanutan)

Tahun	Nilai Import (Y)	X	XY	X^2
2005	17.500	-5	-87.500	25
2006	21.500	-4	-86.000	16
2007	24.000	-3	-72.000	9
2008	27.500	-2	-55.000	4
2009	30.000	-1	-30.000	1
2010	32.000	0	0	0
2011	35.000	1	35.000	1
2012	37.500	2	75.000	4
2013	39.000	3	117.000	9
2014	41.200	4	164.800	16
2015	42.500	5	212.500	25
Jumlah	**347.700**	**0**	**273.800**	**110**

Sehingga:

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$= \frac{347.700}{11}$$

$$= 31.609,09$$

dan $$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$= \frac{273.800}{110}$$

$$= 2.489,09$$

Maka

Y = a + bx

= 31.609,09 + 2.489,09 x

Tentukan garis trendnya (untuk latihan)

7.5. Trend Linier Berganda (Trend Non-Linier)

Konsep ***Trend Linier Berganda***, pada dasarnya sama dengan Trend Linier Sedehan dimana variabel bebas X merupakan variabel waktu, garis trendnya tidak lurus atau non linier. Karena garis trennya tidak lurus, maka bukan trend linier, tetapi ***Trend Non-Linier***.

Trend Non-Linier adalah trend yang variabel-variabelnya ada yang berpangkat, sehingga bentuk grafik trend tidal linier (non linier), tetapi berupa garis lengkung (lengkungan). Bentuk-bentuk Trend Non-Linier antara lain: ***Trend Kuadratik (Parabola)*** dan ***Trend Eksponensial.***

a. Trend Kuadratik (Parabola)

Merupakan trend yang nilai variable tak bebasnya naik atau turun secara linier atau terjadi parabola bila datanya dibuat scatter plot (hubungan variable dependen dan independen adalah kuadratik) dan merupakan metode trend non linier.

Trend dengan variabel X ada yang berpangkat dua. Persamaan garis trend parabola adalah sebagai berikut : Y' = a + bX + cX2 Keterangan :

Formula trend kuadratik:

$$\mathbf{\hat{Y} = a + bX + cX^2}$$

dimana:

$\hat{Y}$ = nilai trend (estimasi)

X = variabel yang diestimasi trendnya

a, b, c = konstanta

Untuk melakukan suatu peramalan dengan metode trend kuadratik, maka kita harus mencari nilai konstanta a, b, dan c terlebih dahulu dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

Rumus I:

Dengan menggunakan rumus tiga persamaan normal:

$$\mathbf{\sum Y = n.\ a + b \sum X + c \sum X^2}$$

$$\mathbf{\sum XY = a \sum X + b \sum X^2 + c \sum X^3}$$

$$\mathbf{\sum X^2Y) = a \sum X^2 + b \sum X^3 + c \sum X^4}$$

Jika menggunakan x dengan skala anga (…-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3…) baik pada data ganjil maupun genap maka, åX dan å X^3 = 0

Rumus II:

$$\mathbf{(\sum Y)(\sum X^4) – (\sum X^2Y)(\sum X^2)}$$

dimana

$$a = n(\sum X^4) - (\sum X^2)^2$$
$$b = \sum XY / \sum X^2$$
$$c = n(\sum X^2 Y) – (\sum X^2)(\sum Y) / n(\sum X^4) - (\sum X^2)^2$$

Sehingga:

$$b = \sum XY \sum X2$$

$$c = n\sum X2Y - \sum X2 \sum Y \ n\sum X4 - (X2)2$$

$$a = \sum Y - c\sum X2 \ n$$

b. Trend Eksponensial

Trend Eksponensial, adalah suatu trend yang mempunyai pangkat atau eksponen dari waktunya, atau Trend dengan variabel X berpangkat

Bentuk persamaan eksponensial dirumuskan sebagai berikut:

Grafik trend eksponensial

Rumus 1:

$$\text{Log } \hat{Y} = \log a + x \log b \sum \log Y$$
$$\text{Log } a = n \sum (x. \log Y)$$
$$\text{Log } b = \sum X^2$$

Rumus 2:

$$\hat{Y} = a(1 + b)^X$$
$$\text{Ln } Y' = \text{Ln } a + X \text{ Ln } (1+b)$$

Sehingga

$$a = \text{anti ln } (\sum \text{Ln}Y)/n$$
$$b = \text{anti ln } \sum (X . \text{Ln}Y) - 1 \sum X^2$$

Contoh Kasus Trend Non-Linier

Berikut Pertambahan Jumlah Penduduk Menurut Jenis Kelamin (Laki-Laki dan Perempua), Kabupaten Jawa Timur Tahun 2006-2016 ***(Data Fiktip)***

Tabel: 7.6
Data Jumlah Penduduk Tahun 2006 s/ad 2016

Tahun	Laki-2	Perempuan	Jumlah
2006	149509	148339	297848
2007	154468	151454	305922
2008	312664	307890	620554
2009	152950	160821	313771
2010	156377	154856	311233
2011	157881	156261	314142
2012	322435	69352	391787
2013	162605	161401	324006
2014	172037	342902	170865
2015	175690	174327	350017
2016	179194	178724	357918

Berdasarkan data di atas,

a. hitung persamaan trend non-linier, gunakan metode trend parabola

b. Lakukan prediksi antara tahun 2017 s/d 2019

Jawaban:

a. Untuk menyelesaikan kasus di atas, sesuai dengan rumus untuk mencari nilai koefisien, a, b dan c digunakan rumus:

$b = \sum XY \sum X2$

$c = n\sum X2Y - \sum X2 \sum Y n\sum X4 - (X2)2$

$a = \sum Y - c\sum X2\ n$

Tabel: 7.7
Perhitungan Trend, Non-Linier

Tahun	X	Perempuan (y)	XY	X^2	X^3	X^4	X^2Y
2006	-5	148339	-741695	25	-125	625	3708475
2007	-4	151454	-605816	16	-64	256	2423264
2008	-3	307890	-923670	9	-27	81	2771010
2009	-2	160821	-321642	4	-8	16	643284
2010	-1	154856	-154856	1	-1	1	154856
2011	0	156261	0	0	0	0	0
2012	1	69352	69352	1	1	1	69352
2013	2	161401	322802	4	8	16	645604
2014	3	342902	1028706	9	27	81	3086118
2015	4	174327	697308	16	64	256	2789232
2016	5	178724	893620	25	125	625	4468100
Jumlah	**0**	**2006327**	**264109**	**110**	**0**	**1958**	**20759295**

Sehingga diperoleh hasil:

$b = \sum XY \sum X2$

$= -252002\ 110$

$= -2290{,}93$

$c = n\sum X2Y - \sum X2 \sum Y n\sum X4 - (X2)2$

$= 11\ X\ 19210962 - 110\ x1834290\ 11\ x\ 1958 - (110)2$

$= 1011{,}727$

$a = \sum Y - c\sum X2\ n$

$= 1834290 - (1011{,}727\ x\ 110)\ 110$

$= 15663{,}63$

Persamaan trend kuadratik adalah:

$$\mathbf{\hat{Y} = 15663{,}63 - 2290{,}93}\boldsymbol{X} \mathbf{+ 1011{,}727}\boldsymbol{X}^{\mathbf{2}}$$

Dengan memasukan nilai X (tahun) tertentu sesuai dengan tahun yang diprediksi, jumlah penduduk perempuan dapat diestimasi

Bagimana dengan istimasi untuk jumlah penduduk Laki-Laki, pada periode waktu (tahun) yang sama ?

RINGKASAN

Analisis Trend, digunakan untuk melihat kecenderuangan perubahan variabel seiring dengan perubahan waktu, oleh karena itu menggunakan data runtut waktu (time series), karena sebagai variabel penentu (variabel bebas) adalah waktu, dan fungsi Trend untuk memprediksi perkambangan data untuk waktu (hari, minggu, bulan atau tahun) yang akan datang.

Ada dua jenis Trend, yaitu Trend Linier dan Trend Non-Linier. Dilihat dari jumlah variabel bebasnya, ada dua jenis trend, yaitu Trend Linier Sederhana, dengan 1 (satu) variabel bebas dan Trend Linier Beganda, dengan variabel bebas lebih dari 1 (satu), namun karena variabel bebas trend adalah waktu, sehingga Trend Linier Berganda sam dengan Trend Non-Linier, seperti Trend Kuawdratik.

SOAL LATIHAN:

1. *Berikut data produksi Perusahaan X selama 10 tahun terakhir (ribu ton)*
   a. *.Lakukan Trend dengan menggunakan metode Setengan Rata-rata*
   b. *Lakukan Prediksi volume Produksi untuk 2 tahun berikutnya.*

Tahun	*2008*	*2009*	*2010*	*2011*	*2012*	*2013*	*2014*	*2015*	*2016*	*2017*
Produksi	*200*	*245*	*240*	*275*	*285*	*300*	*290*	*315*	*310*	*290*

2. *Sebuah Kios Air isi Ulang, ingin membuat forecast penjualan minumannya untuk 3 (tiga) tahun mendatang di daerah Surabaya, dengan menggambarkan garis trend linier. Data penjualan sebelas tahun terakhir adalah:*

Tahun	*2007*	*2008*	*2009*	*2010*	*2011*	*2012*	*2013*	*2014*	*2015*	*2016*	*2017*
Penjualan	*130*	*145*	*150*	*165*	*170*	*180*	*175*	*182*	*189*	*194*	*185*

3. *Sebuah perusahaan yang bergerak dalam penyediaan minuman air dalam kemasan ingin membuat forecast penjualan minumannya untuk 5 (lima) tahun mendatang, dengan menggambarkan garis trend linier (gunakan trend dengan metode Lest Square).*
   Data penjualan sepuluh tahun yang lalu adalah sebagai berikut: (juta galon/bulan)

Tahun	*2008*	*2009*	*2010*	*2011*	*2012*	*2013*	*2014*	*2015*	*2016*	*2017*
Penjualan	*1450*	*1505*	*1650*	*1700*	*1800*	*1750*	*1730*	*1890*	*1945*	*1855*

4. *Berikut adalah data perkembangan Penanaman Modal Dalam Negeri (PMDN), dan Penanaman Modal Asing (PMA) (milyard Rp) selama periode tahun 2008 s/d 2016.*
   Berdasarkan data tersebut, lakukan peramalan nilai investasi tahun 2017 dan tahun 2018.

Tahun	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
PMDN	*42*	*44*	*48*	*52*	*50*	*51*	*60*	*65*	*70*
PMA	*363*	*388*	*412*	*537*	*865*	*835*	*1019*	*1191*	*1267*

5. *Hasil pencatatan terhadap, Jumlah Penduduk Miskin, ketersediaan Lapangan Kera, dan Investasi di Propins X adalah sebagai berikut:*
   Melalui analisis Trend dan gunakan metode Kuadrat terkecil, lakukan peramalan untuk 2 tahun yang akan datang.

Tahun	***2009***	***2010***	***2011***	***2012***	***2013***	***2014***	***2015***	***2016***	***2017***
Kemiskinan (%)	*16,6*	*17,2*	*17,9*	*18,8*	*18,9*	*19,4*	*19,3*	*22,5*	*22,6*
Lapangan Kerja (ribu orang)	*644*	*664*	*672*	*654*	*697*	*745*	*811*	*835*	*755*
Investasi (Milyard)	*57,43*	*59,78*	*60,39*	*65,14*	*90,48*	*83,75*	*84,88*	*85,35*	*97,87*

6. *Pemerintah ibu kota Propinsi, sedang memprediksi, penerimaan pajak tahun depan. Berdasarkan data penerimaan pajak 9 tahun terakhir adalah sebagai berikut:*
   Untuk akurasi estimasi penerimaan pajak tahun berikutnya, gunakan trend non-linier.

Tahun	***2007***	***2008***	***2009***	***2010***	***2011***	***2012***	***2013***	***2014***	***2015***	***2016***	***2017***
Penerimaan Pajak	*130*	*145*	*150*	*165*	*170*	*180*	*175*	*182*	*189*	*194*	*185*

7. *Data berikut merupakan perkembangan jumlah penduduk di sebuah Propinsi di Jawa, yang terdiri dari pendudk Laki-Laki dan Perempuan dari tahun 2008 s/d tahun 2017.*
   Lakukan analisis trend non-linier untu memprediksi perkembangan jumlah penduduk 5 (lima) tahun yang akan datang.

Tahun	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Laki-Laki	*15,6*	*15,8*	*16,2*	*16,9*	*16,6*	*16,8*	*17,1*	*17,4*	*16,9*	*17,2*
Perempuan	*16,2*	*15,9*	*15,7*	*16.08*	*17,4*	*17,9*	*18,4*	*18,9*	*17,8*	*19,9*
Jumlah	*31,8*	*31,7*	*31,9*	*17,6*	*34,0*	*34,7*	*35,5*	*36,3*	*34,7*	*37,1*

Bab 8

REGRESI DAN KORELASI BERGANDA

Analisi Regresi dan Korelasi ini merupakan alat statistik yang banyak digunakan dalam kegiatan penelitian untuk menganalisis data, baik Regresi dan Korelasi Sederhana, maupun Regresi dan Korelasi Berganda, dan yang paling sering digunakan adalah Regresi dan Korelasi Linier Berganda. Regresi dan Korelasi mempunyai kemiripan, karena keduanya alat statistik untuk melihat hubungan (keterkaitan) antar variabel dari dua variabel atau lebih. Tetapi karena secara fungsi, ada perbedaan yang mendasar maka antara Regresi dengan Korelasi dibahas secara terpisah.

Selain Regresi Linier Berganda, dalam bab ini juga dibahas Regresi-Regresi yang lain, tetapi penekanannya tetap pada Regresi Linier Berganda, karena merupakan alat analisis statitistik yang populer. Demikian juga dengan Korelasi, walau Korelasi Sederhana juga dibahas dalam bab ini, tetapi sebagaimna regresi, penekanannya juga pada Korelesai Linier Berganda, karena sebagian besar Analisis Regresi dengan Korelasi seringkali digunakan bersama-sama (satu paket).

Kompetensi yang diinginkan:

1. Mengerti dan dapat membedakan antara Korelasi dengan Regresi
2. Memahami dan dapat mengerti perbedaan Regresi, baik Regresi Sederhana dengan Regresi Berganda, baik untuk Regresi Linier, maupun Regresi Non-Linier,
3. Dapat melakukan analsis statistik, menggunkan Regresi Sederhana atau Regresi Berganda, baik yang Linier dan Non Linier
4. Memahami dan dapat mengerti perbedaan Korelasi, baik Korelasi Sederhana dan Korelasi Berganda baik yang Linier maupun Non-Linier
5. Dapat melakukan analsis statistik, menggunkan Korelasi Sederhana atau Korelasi Berganda, baik yang Linier maupun Non Linier

8.1. Perbedaan Regresi dengan Korelasi

Analisis **korelasi** berkaitan erat dengan **regresi**, tetapi secara konsep **korelasi** berbeda dengan analisis **regresi**. Analisis **korelasi** adalah mengukur suatu tingkat atau **kekuatan hubungan** antara dua variabel atau lebih. Koefisien **korelasi** adalah mengukur kekuatan hubungan antar variabel tersebut. Sebagai contoh, kita tertarik untuk menemukan korelasi (hubungan) antara merokok dengan penyakit kanker pada anak sekolah dan mahasiswa. Analisis **regresi** juga dimaksudkan melihat hubungan antar dua variabel atau lebih, tetapi yang dilihat adalah **hubungan kausal** (sebab-akibat), sehingga regresi untuk mengestimasi atau memprediksikan pengaruh nilai rata-rata suatu variabel yang sudah diketahui nilainya (variabel tergantung), berdasarkan suatu variabel lain yang (variabel bebas) juga sudah diketahui nilainya. Misalnya, ingin mengetahui apakah dapat memprediksikan nilai rata-rata ujian statistik berdasarkan nilai hasil ujian matematika, atau melihat pengaruh nilai hasil ujian matematika terhadap nilai rata-rata ujian statistik.

Regresi dan **korelasi** mempunyai perbedaan mendasar, dalam **analisis regresi** terdapat **variabel asimtri** pada variabel tergantung dan varibale bebas yang akan dianalisis. Variabel terikat diasumsikan random atau stokastik, sehingga mempunyai distribusi probabilitas, variabel bebas diasumsikan mempunyai nilai yang tertentu (dalam sampel tertentu). Sebenarnya sangat dimungkinkan bahwa variabel bebas juga stokastik secara intrinsik, akan tetapi untuk kegunaan analisis regresi, maka diasumsikan bahwa nilai variabel bebas adalah tertentu (fixed). Nilai-nilai pada variabel bebas adalah sama pada berbagai sampel sehingga tidak random atau tidak stokastik. Sedang dalam **analisis korelasi**, menggunakan dua **variabel simetris**, sehingga tidak ada perbedaan antara variabel terikat dengan variabel penjelas. Korelasi antara nilai ujian matematika dan ujian statistik (dalam contoh di atas) adalah sama dengan korelasi antara ujian statistik dan ujian matematika. Lebih lanjut, dua variabel tersebut diasumsikan random. Seperti yang telah diketahui, bahwa kebanyakan teori korelasi berdasarkan pada asumsi variabel random, di mana kebanyakan teori regresi berdasarkan pada asumsi variabel tergantung stokastik dan variabel bebas adalah tertentu atau non stokastik. Meskipun demikian, dalam analisis yang lebih mendalam, dapat dipertimbangkan kembali asumsi bahwa variabel penjelas merupakan non stokastik.

Jenis data yang digunakan untuk analisis regresi, bisa berupa data Silang (Cross Section), atau data Runtut Waktu (Time Series), juga bisa gabungan antara data Silang dengan data Runtuk Waktu, yang disebut dengan panel. Sebagamana dijelaskan dalam Bab I, karena Regresi merupakan statistik parametrik maka skala datanya adalah interval-rasio dan terdistribusi normal atau mendekati normal.

8.2. Analisis Regresi Linier Sederhana

Layaknya trend, dalam analisis regresi ada **regresi linier** dan **regresi non linier**, yang meliputi ***Regresi Kuadratik*** dan ***Regresi Eksponensial.*** Regresi linier merupakan metode statistik yang paling jamak (lazim) dipergunakan dalam penelitian-penelitian sosial, terutama penelitian ekonomi, oleh karena itu selanjutnya buku ini lebih fokus membahas regresi linier. Secara umum regresi linear terdiri dari dua, yaitu **regresi linear sederhana** dan **regresi linear berganda**

Regresi Linear Sederhana adalah Metode Statistik yang berfungsi untuk menguji sejauh mana **hubungan sebab akibat** antara Variabel Bebas **(X)** terhadap Variabel Terikat **(Y).** Variabel bebas merupakan (faktor penyebab) pada umumnya dilambangkan dengan **X** atau disebut juga dengan **prediktor** sedangkan Variabel terikat dilambangkan dengan **Y** atau disebut juga dengan **response**. Lambang X dan Y, hanya sebuah simbul, yang bisa digantin dengan simbul-simbul lain.

Regresi Linear Sederhana atau sering disingkat dengan SLR (*Simple Linear Regression*) juga merupakan salah satu Metode Statistik yang dipergunakan dalam analisis sosial, terutama ekonomi untuk melakukan peramalan ataupun prediksi tentang karakteristik baik secara kualitas maupun Kuantitas.

Penggunaan Analisis Regresi Linear Sederhana dalam Ekonomi antara lain:

1. Pengaruh Tingkat Pendidikan terhadap Kemiskinan
2. Pengaruh Pertumbuhan Ekonomi terhadap Indek Pembangunan Manusia
3. Pengaruh Inflasi terhadap Kesejahteraan Masyarakat

Model Persamaan Regresi Linear Sederhana adalah seperti berikut ini:

$$\mathbf{Y = a + bX}$$

Dimana:

Y = Variabel Response atau Variabel Akibat (Dependent)

X = Variabel Predictor atau Variabel Faktor Penyebab (Independent)

a = konstanta

b = koefisien regresi (kemiringan)

Nilai-nilai a dan b dapat dihitung dengan Rumus sebagai berikut:

$$a = \frac{(\Sigma y)(\Sigma x^2) - (\Sigma x)(\Sigma xy)}{n(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2}$$

$$b = \frac{n(\Sigma xy) - (\Sigma x)(\Sigma y)}{n(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2}$$

Berikut Langkah-langkah dalam melakukan Analisis Regresi Linear Sederhana:

1. Tentukan Tujuan dari melakukan Analisis Regresi Linear Sederhana
2. Identifikasikan Variabel Faktor Penyebab (Predictor) dan Variabel Akibat (Response)
3. Lakukan Pengumpulan Data
4. Hitung X^2, Y^2, XY dan total dari masing-masingnya
5. Hitung a dan b berdasarkan rumus diatas.
6. Buatkan Model Persamaan Regresi Linear Sederhana.
7. Lakukan Prediksi atau Peramalan terhadap pengaruh Variabel bebas terhadap Variabel terikat

Sebagaimana telah dijelaskan, bahwa regresi untuk melihat pengaruh Variabel bebas terhadap Variabel terikat, ada 3 (tiga) hal yang perlu diperhatikan (dicermati) dalam hasil analisis regresi, yaitu:

1. **Pengaruhnya Nyata (Significant) atau Tidak Nyata (Tidak Significant)**
2. **Pengaruhnya Positip (+) atau Negatip (-), dan**
3. **Berapa besar pengaruhnya.**

Contoh:

Kasus Analisis Regresi Linear Sederhana

Seorang Peneliti ingin melihat pengaruh **lamanya bekerja** (tahun) karyawan perusahaan Swasta terhapa besarnya **pendapatan** (Juta Rp) yang diterima. Untuk maksud tersebut diambil sampel sebayak 30 karyawan secara acak dari sebuah perusahaan Swasta, dan diperoleh informasi sebagai berikut:

Langkah Penyelesaian:

Penyelesaiannya dalam Analisis Regresi Linear Sederhana adalah sebagai berikut:

1. **Tentukan Tujuan**

   Memprediksi pengaruh lama bekerja terhadap pendapatan

2. **Identifikasikan Variabel Penyebab dan Akibat**

   Varibel Bebas (X) : Lama Bekerja
   Variabel Terikat (Y) : Pendapatan

   Tekait penetapan variabel, logika berpikir yang didasarkan pada kosep teori sangat penting, karena statistik tidak mampu membeda konsep hubungan antar variabel yang salah

3. **Pengumpulan Data**

   Dalam pengumpulan data, karena umumnya menggunakan data sampel maka teknik samplingnya harus benar, agar niai istimasinya tidak bias.

Berikut adalah informasi dari 30 responden

Tabel: 8.1
Data Lama Bekerja dan Pendapatan

No.	(X) Lama Bekerja (tahun)	(Y) Pendapatan (Rp. Juta/Bln)	No.	(X) Lama Bekerja (tahun)	(Y) Pendapatan (Rp. Juta/Bln)
1	24	10	16	27	13
2	22	5	17	28	16
3	21	6	18	25	12
4	20	3	19	26	14
5	22	6	20	24	12
6	19	4	21	27	16
7	20	5	22	23	9
8	23	9	23	24	13
9	24	11	24	23	11
10	25	13	25	22	7
11	21	7	26	21	5
12	20	4	27	26	12
13	20	6	28	25	11
14	19	3	29	26	13
15	25	12	30	27	14

Secara teoritis, bisa dipahami apabila antra Lama Bekerja, terhadap hubungan kausal (sebab-akibat), artinya dalam kondisi normal, semakin lama seseorang bekerja semakin besar pendapatannya.

Dalam analisis, regresi konsep keterkaitan antar varibel secara teoritis ini penting, karena statistik tidak dapat melihat konsep keterkaitan antar variabel tersebut benar atau salah, karena kalua salah statistik tidak bisa menolaknya. Sebagai contoh, secara teori tidak ada keterkaitan antara Jumlah Pasien di Rumah Sakit, dengan Jumah Mahasiswa yang diwisuda, walau data kedua variabel itu dapat diperoleh, secara statistik, data tersebut tetap akan dihitung, walua secara konsep teori salah.

4. Hitung X^2, Y^2, XY, dan Jumlahkan

Tabel: 8.2
Perhitungan Regresi Linier Sederhana
(Lama Bekerja dan Pendapatan)

No.	(X) Lama Bekerja (tahun)	(Y) Pendapatan (Rp. Juta/Bln)	XY	X2	y2
1	24	10	240	576	100
2	22	5	110	484	25
3	21	6	126	441	36
4	20	3	60	400	9
5	22	6	132	484	36
6	19	4	76	361	16
7	20	5	100	400	25
8	23	9	207	529	81
9	24	11	264	576	121
10	25	13	325	625	169
dst.	....	....	....	....	....
25	22	7	154	484	49
26	21	5	105	441	25
27	26	12	312	676	144
28	25	11	275	625	121
29	26	13	338	676	169
30	27	14	378	729	196
Jumlah	699	282	6861	16.487,0	3.112,0
Rata-2	23,3	9,4	228,7	549,6	103,7

5. **Hitung a** dan **b** berdasarkan rumus Regresi Linear Sederhana

Menghitung Konstanta (a):

$$a = \frac{(\Sigma y)(\Sigma x^2) - (\Sigma x)(\Sigma xy)}{n(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2}$$

$$a = \frac{(282)(16.487) - (699)(6.861)}{30(16.487) - (699)^2}$$

a = -24,38

Menghitung Koefisien Regresi (b):

$$b = \frac{n(\Sigma xy) - (\Sigma x)(\Sigma y)}{n(\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2}$$

$$b = \frac{30(6.861) - (699)(282)}{30(16.487) - (699)^2}$$

b = 1,45

Berdasarkan nilai dari koefisien regresi (b) dapat diketahui bahwa Masa Kerja berpengaruh positip (+) terhadap Pendapatan, artinya bila Masa Kerja bertamabah (semakin lama bekerja) akan menyebabkan Pendapatan juga naik (bertambah), demikian sebaliknya.

Besarnya estimasi pengaruh Masa Kerja terhadap Pendapatan adalah 1,45, yang artinya setiap Masa Kerja bertambah satu satuan masa kerja diduga akan menyebabkan kenaikan Pendapatan sebesar 1,45 satuan pendapatan

Sementara untuk mengetahui pengaruhnya nyata (significant) atau tidak nyata (tidak significant), perlu dihitung Z_{hitung} dan dibanding dengan Z_{tabel}

(seperti dalam Uji Hipotesis), apabila | Z_{hitung} | > dari Z_{tabel}, maka pengaruhnya **tidak nyata**, sebaliknya apabila apabila | Z_{hitung} | < dari Z_{tabel}, maka pengaruhnya **nyata**. Juga bisa dilihat dengan membandingkan **koefisian probabiltas** dengan nilai α yang digunakan, apabila **koefisian probabiltas** < dari nilai α**,** maka dapat dinyatakan **pengaruhnya nyata**, sebalikanya apabila **koefisian probabiltas** > dari nilai α yang digunakan, maka **pengaruhnya tidak nyata.**

6. **Buat Model Persamaan Regresi**

   Y = a + bX

   Y = -24,38 + 1,45X

7. **Lakukan Prediksi (buat garis Regresi)**

   Kerjakan buat latihan. dan simpulkan

   Perhitungan dengan SPSS

   Dengan menggunakan aplikasi *Statistic Program for Social Science* (SPSS), diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel: 8.3
Hasil Koefisien Analisis Regresi Sederhana

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	-24,381	1,984		-12,289	,000
	L. Kerja (X) Lama Bekerja	1,450	,085	,955	17,131	,000

a. Dependent Variable: Pendapatan (Y)

Diperoleh hasil yang sama dengan perhitungan manual, perbedaan yang ada hanya karena pembulatan.

Dari hasil analisis regresi dengan SPSS juga dapat dilihat nyata tidaknya pengaruh variabel Lama Kerja (X) terhadap Pendapatan (Y), dengan membandingkan nilai t_{hitung} (17,131) dengan tt_{abel} (2,045), karena $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka kesmipulannya variabel X berpengaruh significant (Nyata) terhadap Y.

Untuk melihat nyata tidaknya pengaruh variabel (X) terhadap (Y), juga dapat dilihat dengan membandingkan koefisien Significancy dengan nilai $\alpha/2$ (karena uji 2 ekor), Karena koefisien Significancy (0,000) < nilai $\alpha/2$ (0,025), dapat disimpulkan pegaruhnya X terhadap Y nyata (significant)

Dengan aplikasi SPSS, juga dapat dilihat nilai koefisien Determinan (R^2), yang menujukan besarnya hubungan atau kontribusi variabel X terhadap Y.

Tabel: 8.4
Hasil Model Summary Analisis Regresi Sederhana

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics				
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change
1	,955[a]	,913	,910	1,198	,913	293,468	1	28	,000

a. Predictors: (Constant), L. Kerja (X) Lama Bekerja (tahun)

Dari hasil analisis, menunjukkan koefisien R^2 sebesar, 0,913 yang artinya, variavel X memberi sumbangan (kontribusi) sebesar 91,3%, sedang sisanya 0,7% ditentukan oleh variabel lain.

8.3. Analisis Regresi Linier Berganda

Regresi berganda adalah model regresi atau prediksi yang melibatkan lebih dari satu variabel bebas (independent) atau prediktor terhadap satu variabel terikat (dependent). Istilah regresi berganda dapat disebut juga dengan ***multiple regression***, kata multiple berarti jamak atau lebih dari satu variabel.

Ada perbedaan antara ***multiple regression*** dengan ***multivariat regression***. Perbedaannya adalah jika *multiple regression* atau regresi berganda adalah ***adanya lebih dari satu variabel prediktor*** (variabel bebas/variabel independen), sedangkan ***multivariat regression*** (regresi multivariat) adalah analisis regresi dimana ***melibatkan lebih dari satu variabel response*** (variabel terikat/variabel dependen)

Banyak macam analisis regresi berganda sebagai salah satu jenis analisis statistik, tergantung pada skala data per variabel.

a. Jenis-jenis analisis regresi berganda:

1) Regresi Linear Berganda
2) Regresi Linear Logistik Berganda
3) Regresi Linear Ordinal Berganda
4) Regresi Linear Multinomial Berganda
5) Regresi Linear Data Panel Berganda

1) Regresi Linear Berganda

Regresi Linear Berganda adalah model regresi berganda jika **variabel terikatnya** berskala data **interval a**tau **rasio** (kuantitatif atau numerik). Sedangkan **variabel bebas** pada umumnya juga berskala data **interval** atau **rasio**, tetapi ada juga regresi linear berganda dimana **variabel bebas** menggunakan **skala data nominal** atau **ordinal**, yang lebih lazim disebut dengan istilah data (variabel) **dummy**, sehingga regresi linear berganda yang seperti itu disebut dengan ***regresi linear berganda dengan variabel dummy***.

Contoh regresi berganda jenis ini adalah: "pengaruh DER dan NPM terhadap Return Saham."

2) **Regresi Linear Logistik Berganda**

Regresi Linier Logistik berganda adalah model regresi berganda jika **variabel terikatnya** adalah **data dikotomi**, data dikotomi artinya dalam bentuk kategorik dengan jumlah kategori sebanyak 2 kategori. Misal: **Laki-laki** dan **Perempuan; Baik** dan **Buruk; Ya** dan **Tidak; Benar** dan **Salah,** serta banyak lagi contoh lainnya. Sedangkan variabel bebas jenis regresi berganda ini pada umumnya adalah juga variabel dikotomi, tetapi tidak masalah (dimungkinkan) jika variabel dalam skala data interval, rasio, ordinal maupun multinomial.

Contoh regresi berganda jenis ini adalah: pengaruh rokok dan jenis kelamin terhadap kejadian kanker paru. Dimana rokok kategorinya ya dan tidak, jenis kelamin kategorinya laki-laki dan perempuan, sedangkan kejadian kanker paru kategorinya ya dan tidak.

Ada dua metode yang sering dipakai dalam jenis regresi berganda ini, yaitu **metode logit** dan **probit**.

3) **Regresi Linear Ordinal Berganda**

Regresi Linear Ordinal Berganda jenis ini adalah analisis regresi linier berganda dimana **variabel terikat** adalah **berskala data ordinal**. Sedangkan **variabel bebas** pada umumnya **juga ordinal**, namun tidak masalah jika **variabel bebasnya dengan skala data yang lain**, baik kuantitatif maupun kualitatif. Keunikan regresi ini adalah jika variabel bebas adalah data kategorik atau kualitatif, maka disebut sebagai "***faktor***". Sedangkan jika data numerik atau kuantitatif, maka disebut sebagai "***covariates***".

Contoh regresi berganda jenis ini adalah: pengaruh tingkat penghasilan dan usia terhadap tingkat pengetahuan terhadap IT. Dimana tingkat penghasilan sebagai faktor dengan kategori: rendah, menengah dan tinggi. Usia sebagai covariates dengan skala data numerik. Dan tingkat pengetahuan terhadap IT sebagai variabel terikat berskala data ordinal dengan kategori: baik, cukup dan kurang.

4) Regresi Linear Multinomial Berganda

Regresi Linear Multinomial Berganda adalah jenis regresi dimana **variabel terikat** adalah **data nominal** dengan **jumlah kategori lebih dari 2** (dua) dan **variabel bebas** ada **lebih dari satu variabel**. Jenis regresi ini hampir sama dengan regresi linier logistik berganda, namun **bedanya** adalah **variabel terikat kategorinya lebih dari dua**, sedangkan regresi logistik berganda variabel terikatnya mempunyai kategori hanya dua (dikotomi). Regresi ini juga mirip dengan regresi ordinal, hanya saja **bedanya** skala data pada regresi ini tidak bertingkat (bukan ordinal) atau dengan kata lain tidak ada yang lebih baik atau lebih buruk.

Contoh regresi ini adalah: Pengaruh Pendidikan dan Penghasilan terhadap Jurusan (program) kuliah yang dipilih. Dimana pendidikan dan penghasilan berskala data ordinal dan pilihan jurusan (prodi) kuliah adalah variabel berskala data nominal lebih dari dua kategori, yaitu: jurusan kesehatan, hukum, sosial, sastra, pendidikan, lain-lain.

5) Regresi Linear Data Panel Berganda

Dari jenis-jenis di atas, sebenarnya masih ada jenis lain yang merupakan pengembangan dari jenis-jenis di atas, yaitu dengan adanya **kompleksitas** berupa **data time series** (runtut waktu) dengan **data cross section** (silang), atau disebut dengan **data panel**. Seperti yang terjadi pada **regresi data panel** ataupun **regresi cochrane orcutt.**

Regresi linear data panel, jika ada lebih dari satu variabel bebas, maka bisa disebut dengan istilah regresi linear data panel berganda. Namun kebanyakan orang atau peneliti, cukup menggunakan istilah yang umum digunakan, yaitu cukup dengan menyebut sebagai regresi data panel saja.

Dari uraian di atas, secara umum dapat disimpulkan bahwa regresi berganda jika variabel bebas lebih dari satu.

b. Model Analisis Regresi Berganda

Terlepas dari jenis dan skala data yang digunakan, model Analisis Regresi Linier Bergandan secara umum dituliskan

$$\boldsymbol{\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots.. + \beta_n X_n + \mathcal{E}_i}$$

Dimana:

Y = Variabel terikat (dependent)

X1, X2,......., Xn = Varibael bebas (independen)

β_0 = Constata (intersep/perpotongan dengan sumbu tegak,

$\boldsymbol{\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n}$ = parameter model regresi, ε_i saling bebas dan menyebar normal $N(0,\sigma^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$

Hipotesis yang harus diuji dalam analisis regresi ganda adalah

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_n = 0$

H_1 : Tidak semua β_k (k=1,2,…,p –1) sama dengan nol

Untuk menghitung $\boldsymbol{b_0, b_1, b_2 \ldots b_n}$ dan seterusnya menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (*Least Square Method*) yang menghasilkan persamaan model sebagai berikut

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 10 & 60 & 40 \\ 60 & 406 & 267 \\ 40 & 267 & 182 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{H} = \begin{bmatrix} 170 \\ 1122 \\ 737 \end{bmatrix}$$

$$b = A^{-1}\,H$$

$$b = \begin{bmatrix} 0{,}919 & -0{,}084 & -0{,}077 \\ -0{,}084 & 0{,}078 & -0{,}095 \\ -0{,}077 & -0{,}095 & 0{,}163 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 170 \\ 1122 \\ 737 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 5{,}233 \\ 3{,}221 \\ 0{,}451 \end{bmatrix}$$

Untuk dapat memudahkan dalam menghitung $\boldsymbol{b_0, b_1, b_2}$ dapat digunakan matriks sebagai berikut :

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1 X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_2 X_1 & \sum X_2^2 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{H} = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1\, Y \\ \sum X_2\, Y \end{bmatrix}$$

Untuk menetahui besarnya pengaruh variabel bebas (X1, X2, X3, ... Xn) terhadap variabel terikat (Y), dilihat dari nilai koefisien regresi $\boldsymbol{b_0, b_1, b_2 \ldots b_n}$

Layaknya pada Regresi Linier Sederhana, ada 3 (tiga) analisisl yang perlu diperhatikan (dicermati) dalam hasil analisis regresi linier berganda, yaitu:

1. **Pengaruhnya Nyata (Significant) atau Tidak Nyata (Tidak Significant)**
2. **Pengaruhnya Positip (+) atau Negatip (-), dan**
3. **Berapa besar pengaruhnya**.

Bedanya, karena dalam regresi linier berganda variabel bebasnya lebih dari satu, maka analisis dari pengaruh semua variabel bebas perlu dibahas.

c. Koeficien Determinan

Sebelum melakukan analisis pengaruh masing-masing variabel bebas (parsial) terhadap variabel tergantung, ada baiknya terlebih dulu dilihat nilai koefisien determinan (Coeficience Determant).

Koefisien determinasi pada regresi linear sering diartikan sebagai seberapa besar kemampuan (kontribusi) semua variabel bebas dalam menjelaskan varians dari variabel terikatnya. Secara sederhana koefisien determinasi dihitung dengan mengkuadratkan Koefisien Korelasi (R). Sebagai contoh, jika nilai R adalah sebesar 0,80 maka koefisien determinasi (R *Square*) adalah sebesar 0,80 x 0,80 = 0,64. Berarti kemampuan variabel bebas dalam menjelaskan varians dari variabel terikatnya adalah sebesar 64,0%. Berarti terdapat 36% (100%-64%) varians variabel terikat yang dijelaskan oleh faktor lain. Berdasarkan interpretasi tersebut, maka tampak bahwa nilai R *Square* adalah antara 0 sampai dengan 1.

Penggunakan R *Square* (R Kuadrat) sering menimbulkan permasalahan, yaitu bahwa nilainya akan selalu meningkat dengan adanya penambahan variabel bebas dalam suatu model. Hal ini akan menimbulkan bias, karena jika ingin memperoleh model dengan R tinggi, seorang penelitian dapat dengan sembarangan menambahkan variabel bebas dan nilai R akan meningkat, tidak tergantung apakah variabel bebas tambahan itu berhubungan dengan variabel terikat atau tidak. Oleh karena itu, banyak peneliti yang menyarankan untuk menggunakan *Adjusted* R *Square*. Interpretasinya sama dengan R *Square*, akan tetapi nilai *Adjusted* R *Square* dapat naik atau turun dengan adanya penambahan variabel baru, tergantung dari korelasi antara variabel bebas tambahan tersebut dengan variabel terikatnya. Nilai *Adjusted* R *Square* dapat bernilai negatif, sehingga jika nilainya negatif, maka nilai tersebut dianggap 0, atau variabel bebas sama sekali tidak mampu menjelaskan varians dari variabel terikatnya.

d. Langkah Penyelesaian Regresi Linier Berganda:

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penyelesaian Analisis Regresi Linear Berganda pada dasarnya sama dengan menyelesaikan Analisis Regresi Linier Sederhana, yaitu:

1. **Tentukan Tujuan**
2. **Identifikasikan Variabel Bebas (Penyebab) dan Variabel Akibat** (Dalam hal ini, Variabel Bebasnya lebih dari satu, karena berganda**)**
3. **Pengumpulan Data**
4. **Hitung $X1^2$, $X2^2$, ...,Xn^2, Y^2, X1Y, X2Y,..., XnY, dan Jumlahkan**
5. **Hitung b_0;** dan **b_1, b_2, b_3,....b**n**,** sesuai dengan banyaknya variabel bebas .... dengan menggunakan rumus Regresi Linear Berganda
6. **Buat Model Persamaan Regresi**
7. **Lakukan Prediksi (buat garis Regresi)**

Catatan:

Melakukan perhitungan analisis Regresi Linier Berganda. secara manual pada dasarnya dapat dilakukan, tetapi tingkat kesulitannya sangat tinggi, oleh karena itu disarankan untuk melakukan analsisis dengan menggunakan aplikasi (software) statistik, seperti SPSS, EViews, Minitab, Microstat, atau aplikasi sejenis lainnya**.**

Contoh Penyelesaian Analisis Regresi Linier Berganda

Berikut adalah data, tentang Belanja Pemerintah (X1), Kemiskinan (X2), PDRB (X3), Lapangan Kerja (X4), dan IPM (Y), suatu daerah Kabupaten “X”, periode tahun 2005 s/d 2013 **(Data Fiktip)**

Tabel: 8.5
Data Belanja Pemerintah, Kemiskinan, PDRB, Lapangan Kerja dan IPM
Tahun 2005 s/d 2013

Tahun	Belanja Pemerintah	Kemiskinan	PDRB	Lapangan Kerja	IPM
2005	**42**	**16,6**	**363**	**644**	**57,43**
2006	44	17,2	388	664	59,78
2007	48	17,9	412	672	60,39
2008	52	18,8	537	644	65,14
2009	50	18,9	865	697	70,48
2010	51	19,4	835	745	73,75
2011	60	19,3	1.019	811	84,88
2012	65	22,5	1.191	835	85,35
2013	70	22,6	1.267	955	97,87

Dengan asumsi bahwa Indeks Pembangunan Manusia (IPM), dipengaruhi oleh Belanja Pemerintah, Kemiskinan, PDRB, dan Lapangan Kerja, melalui analisis regresi linier berganda, akan dilihat berapa besar penngaruh keempat variabel bebas tersebut terhadap variabel tergantung.

Untuk menganalisis kasus tersebut di atas, digunakan aplikasi software SPSS.

Hasil analisis deperoleh:

1. Anova

Tabel: 8.6
Hasil Anova Analisis Regresi Berganda

ANOVA[a]						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	15468680,821	4	3867170,205	158,009	,000[b]
	Residual	97897,402	4	24474,350		
	Total	15566578,222	8			
a. Dependent Variable: (Y)						
b. Predictors: (Constant), (X4), (X2), (X3), (X1)						

Dari tabel diatas, diperoleh informasi bahwa, secara simultan (bersama-sama), keempat variabel bebas: Belanja Pemerintah (X1), Kemiskinan (X2), PDRB (X3), dan Lapangan Kerja (X4) berpengaruh significant, yang ditunjukkan oleh besarnya F hitung sebesar 158,009 > dari F tabel 3,06. Atu berdasarkan koefisien Sign sebesar 0,000 < dari nilai α (0,05).

2. Model Summary

Tabel: 8.7
Hasil Model Summary Analisis Regresi Berganda

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change
1	,955[a]	,913	,910	1,198	,913	293,468	1	28	,000

a. Predictors: (Constant), L. Kerja (X)   Lama Bekerja (tahun)

Dari hasil analisis yang pada Model Sumemry, menunjukkan koeficient Adjausted R Square (Adj. R^2) yang juga disebut sebagai koefisien determinan sebesar 0,910, artinyan: keempat variabel bebas: Belanja Pemerintah (X1), Kemiskinan (X2), PDRB (X3), dan Lapangan Kerja (X4) secara bersama-sama memberi sumbangan (kontribusi) sebesar 91,0% terhadap besarnya nilai variabel terikat (Y) atau IPM, sedang sisanya sebesar 9,0 ditentukan oleh variabel lain yang tidak masuk dalam model analisis.

Dalam analisis ini nilai koefisien determinan yang digunakan adalah koeficient Adjausted R Square (Adj. R^2) hasil penyesuaian, bukan R Square (R^2), karena Regresi Linier Berganda, sedang R Square (R^2), digunakan untuk analisis Regresi Linier Sederhana.

3. Coefficients

Tabel: 8.8
Hasil Koefisien Analisis Regresi Berganda

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Correlations		
		B	Std. Error	Beta			Zero-order	Partial	Part
1	(Constant)	2235,513	1266,669		1,765	,152			
	(X1)	65,616	25,644	,446	2,559	,063	,966	,788	,101
	(X2)	-18,007	9,679	-,271	-1,860	,136	,915	-,681	-,074
	(X3)	1,840	,492	,465	3,736	,020	,968	,882	,148
	(X4)	4,852	1,628	,371	2,980	,041	,974	,830	,118

a. Dependent Variable: (Y)

Hasil analisis Regesi Linier Berganda, berdasar hasil analisis Coefficients menunjukkan: variabel PDRB (X3), dan Lapangan Kerja (X4) secara parsial berpengaruh significant (Nyata), yang ditunjukkan oleh koefisian Significantcy, masing-masing sebesar 0,020 dan 0,041 lebih kecil (<) dari nilai α = 0,05. atau dapat dilihat berdasarkan nilai $_{\text{thitung}}$ (3,736 dan 2,980) > t_{tabel} (2,654), sementara Belanja Pemerintah (X1), dan Kemiskinan (X2) secara parsial pengaruhnya tidak nyata, yang ditunjukkan oleh koefisian Significantcy, masing-masing sebesar 0,063 dan 0,136; lebih besar (>) dari nilai α = 0,05. atau dapat dilihat berdasarkan nilai $_{\text{thitung}}$ (1,765 dan 2,559) > t_{tabel} (2,654).

Variabel, Belanja Pemerintah (X1), PDRB (X3), dan Lapangan Kerja (X4) secara parsial berpengaruh positip, dengan koefisien regresi masing-masing sebesar: 65,616, 1,840, dan 4,852 (***Coba dijelaskan maknanya untuk latihan***). Sementara variabel Kemiskinan (X2) berpengaruh negatip terhadap IPM, dengan coefisient regresi sebesar -18,007(***dijelaskan maknanya untuk latihan***).

Persamaan regresi dugaannya adalah :

$$\hat{Y}_i = 2235{,}513 + 65{,}616\, X_1 - 18{,}007\, X_2 + 1{,}840\, X_3 + 4{,}852\, X_4$$

8.4. Asumsi Klasik

Sebagaimana diketahui, bahwa tujuan melakukan analisis regresi, utamanya regresi linier berganda adalah untuk melakukan estimasi pengaruh beberapa variabel bebas (independent), teradap variabel terikat (dependent). Oleh karena itu, sudah tentu hasil estimasi yang diperoleh tidak bias, sehingga menghasilkan Pendugaan Terbaik yang Tidak Bias **(Best Linier Unbias Estimate = BLUE).**

Agar diperoleh estimasi terbaik (BLUE), maka perlu dilakukan uji Asumsi Klasik, dalam uji Asusmsi yang harus dipenuhi dalam analisis regresi ganda adalah:

- **a.** Uji Linieritas
- **b.** Normalitas (error berdistribusi normal)
- **c.** Tidak ada multikolinearitas (korelasi antara variabel independen)
- **d.** Heteroskedastisitas (variansi *error* konstan)
- **e.** Autokorelasi (*error* bersifat acak)

a. Uji Linieritas

Uji linearitas bertujuan untuk mengetahui apakah dua variabel secara signifikan mempunyai hubungan yang linear atau tidak. Pengujian pada SPSS dengan menggunakan *Test for Linearity* dengan pada taraf signifikansi 0,05. Dua variabel dikatakan mempunyai hubungan yang linear bila signifikansi (Linearity) kurang dari 0,05

b. Normalitas (*error* berdistribusi normal)

1. Untuk mendeteksi normalitas digunakan *normal p-p plot*.
2. Jika titik-titik (sisaan) menyebar di sekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis diagonal, maka model regresi memenuhi asumsi normalitas.
3. Jika titik-titik (sisaan) menyebar jauh dari garis diagonal dan atau tidak mengikuti arah garis diagonal, maka model regresi tidak memenuhi asumsi normalitas

c. Tidak ada multikolinearitas (korelasi antara variabel independen)

1. Multikolinearitas atau kekolinearan ganda adalah terjadinya korelasi antar peubah bebas.
2. Model regresi yang baik seharusnya tidak terjadi korelasi antar peubah bebas.
3. Metode yang banyak digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinearitas adalah faktor inflasi ragam (*variance inflation factor/VIF*)
4. Multikolinearitas terjadi jika nilai VIF > 10

d. Heteroskedastisitas

1. Ragam galat diasumsikan konstan dari satu pengamatan ke pengamatan lain, hal ini disebut homoskedastisitas.
2. Jika ragam galat berbeda disebut heteroskedastisitas.
3. Model regresi yang baik adalah tidak terjadi heteroskedastisitas.
4. Untuk mendeteksi heteroskedastisitas adalah dengan membuat plot nilai dugaan yang dibakukan (*standardized predicted value*) dengan sisaan yang dibakukan (*studentized residual*).
5. Jika ada pola tertentu (bergelombang, melebar kemudian menyempit) maka terjadi heteroskedastisitas.
6. Jika tidak ada pola jelas, serta titik-titik (sisaan) menyebar di atas dan di bawah angka 0 pada sumbu Y, maka tidak terjadi heteroskedastisitas.

e. Autokorelasi.

1. Bila dalam model regresi linear ganda ada korelasi antara galat pada periode t dengan galat pada periode t-1, maka dinamakan ada masalah autokorelasi.
2. Model regresi yang baik adalah model regresi yang bebas dari autokorelasi.

Cantoh Hasil Uji Asumsi Klasik:

Misalkan data yang dianalis dengan Regresi Linier Berganda di atas, menguji asumsi klasik:, sebagaimana data yang dianalisis adalah:

Tabel: 8.9
Data Belanja Pemerintah, Kemiskinan, PDRB, Lapangan Kerja dan IPM
Tahun 2005 s/d 2013

Tahun	Belanja Pemerintah	Kemiskinan	PDRB	Lapangan Kerja	IPM
2005	**42**	**16,6**	**363**	**644**	**57,43**
2006	44	17,2	388	664	59,78
2007	48	17,9	412	672	60,39
2008	52	18,8	537	644	65,14
2009	50	18,9	865	697	70,48
2010	51	19,4	835	745	73,75
2011	60	19,3	1.019	811	84,88
2012	65	22,5	1.191	835	85,35
2013	70	22,6	1.267	955	97,87

Sumber: Data tabel 8.8

Dilakukan uji asumsi dengan menggunakan SPSS.

a. Uji Linieritas

1) Masuk program SPSS
2) Klik Analyze - Compare Means - Means
3) Klik variabel Optimisme dan masukkan ke kotak Dependent List, kemudian klik variabel Kecemasan dan masukkan ke Independent List.
4) Klik Options, pada Statistics for First Layer klik Test for Linearity, kemudian klik Continue
5) Klik OK, maka hasil output yang didapat pada kolom Anova Table adalah sebagai berikut:

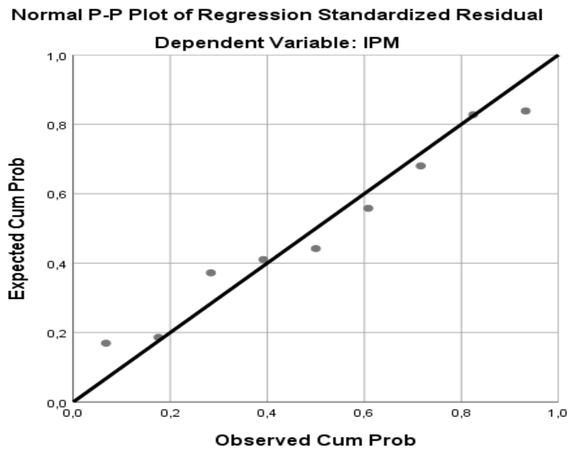
Tabel: 8.10
Hasil *Test for Linearity*

			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
IPM * Lapangan Kerja	Between Groups	(Combined)	1526,936	7	218,134	7,339	,277
		Linearity	1475,982	1	1475,982	49,660	,090
		Deviation from Linearity	50,953	6	8,492	,286	,889
	Within Groups		29,722	1	29,722		
	Total		1556,658	8			

Dari output di atas dapat diketahui bahwa nilai signifikansi pada Linearity sebesar 0,09. Karena signifikansi lebih besar dari 0,05 maka dapat disimpulkan bahwa hubungan antara sejumlah variabel bebas tidak linier dengan variabel tergantung.

Karena tidak linier secara konsep tidak memenuhi asumsi klasik (Linieritas), oleh karena itu apabila ingin memperoleh dugaan terbaik dan tidak bias (BLUE), diperlukan perbaikan data, antara menambah jumlah data, atau mengurangi jumlah variabel bebasnya, dan dianalaisis kembali sampai terpenuhinya asumsi linieritas.

b. Normalitas (error berdistribusi normal)



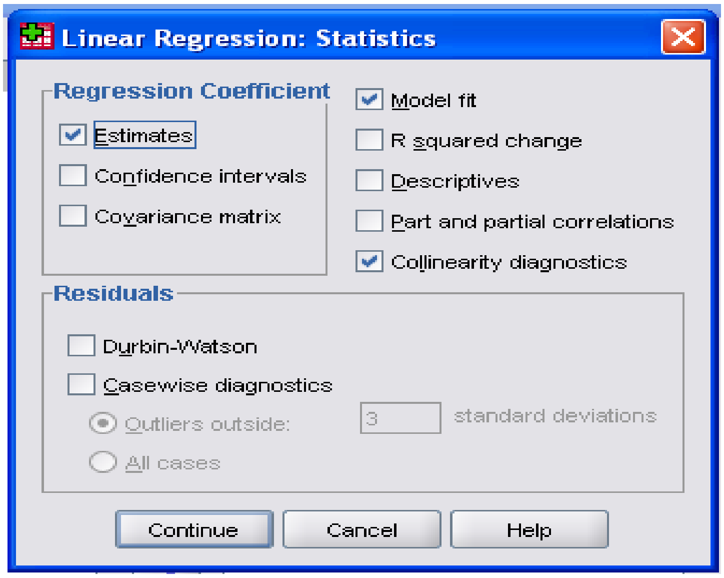
Karena plot mendekati garis diagonal, maka dapat disimpulkan *error* **memenuhi asumsi normalitas**. Uji normalitas error juga dapat dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov

c. Tidak terjadi multikolinearitas

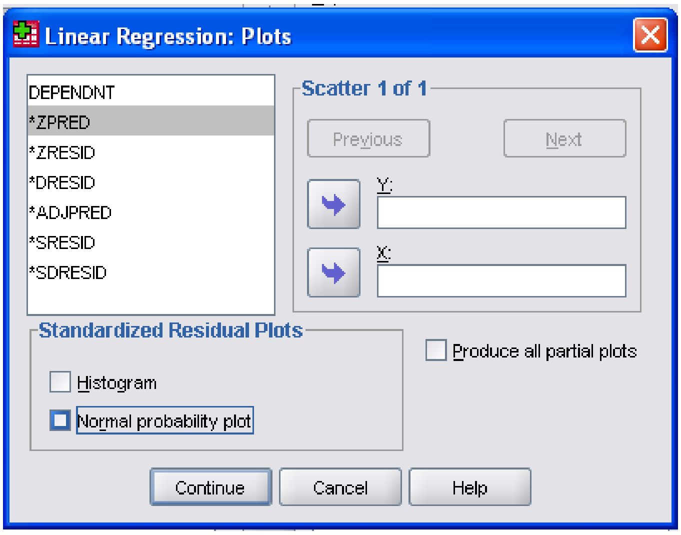
Langkah-Langkah yang dilakukan

1. Cara memasukkan data dan melakukan analisis regresi linier sederhana dengan dengan memasukan nilai Y, pada kolon Dependent Variabel, dan masukkan semua variabel X: (X_1, X_2, X_3, ... X_n) pada kolom Independent Variabel.

2. Untuk memunculkan hasil uji asumsi pada kotak dialog statistics klik juga collinearity diagnostics baru continue, sebagaimana terlihat pada gambar berikut

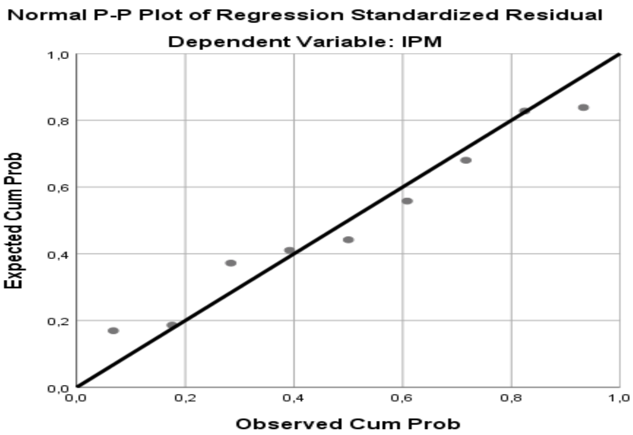


3. Untuk melakukan uji asumsi pada residual klik plots, sehingga akan muncul kotak dialog:



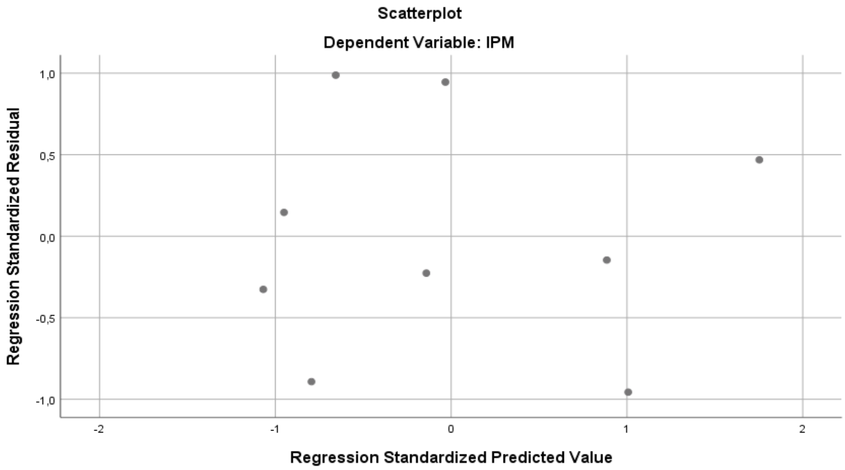
4. Masukkan ZPRED pada kotak X dan ZRESID pada kotak Y, dan beri tanda centang (√) pada Normal probability plot, kemudian klik continue. Kembali ke kotak dialog awal, dan klik OK.

Multikolinearitas dapat dilihat pada nilai VIF, yaitu 1,749 < 10, sehingga dapat disimpulkan ***tidak ada multikolinearitas*** antara variabel X1 dan X2. Hasil uji normalitas dari error dapat dilihat pada output berikut



d. Heteroskedastisitas (variansi *error* konstan)

Hasil plot berikut menunjukkan tidak ada pola yang jelas atau berpola acak, sehingga dapat disimpulkan **tidak terjadi heteroskedastisitas** atau ragam galat konstan dan galat bersifat acak atau tidak ada autokorelasi.



e. Autokorelasi (*error* bersifat acak)

Untuk melihat terjadi tidaknya Autokorelasi, juga bisa menggunakan aplikasi SPSS, dengan melihat koefisien Durbin Watson (DW), dengan kreteria:

Koefisien DW < - 2 berarti ada autokorelasi positip

Koefisien DW antara - 2 sampai + 2 berarti terjadi autokorelasi

Koefisien DW > + 2 berarti ada autokorelasi negatip

Tabel: 8.11
Hasil Analisis Model Summary

Model Summary(b)

Model	Change Statistics					Durbin-Watson
	R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change	R Square Change
1	,994(a)	170,932	4	4	,000	2,890

a Predictors: (Constant), Lapangan Kerja, Kemiskinan, PDRM, Belanja Pemerintah
b Dependent Variable: IPM

Dari hasil analisis outokorelasi, dengan menggunakan aplikasi SPSS diperoleh koefisien DW sebesar 2,890 atau lebih besar dari 2, sehingga hampir pasti dapat disimpulkan bahwa terjadi autokorelasi, sehingga asumsi klasiknya tidak terpenuhi. Sehingga perlu ada perlakuan terhadap data yang dianalis, antara lain dengan menambah jumlah data, mengabung dengan data crosssection, atau melakukan transformasi data dalam format logaritma, atau ln.

Untuk meperdalam pemahaman Asumsi Klasik, dalam Analsisis Regresi, silahkan dibaca buku **Ekonometrika Dasar** dari **Damodar Gujarati** dan Ekonometri dari **Supranto**

Pembahasan materi regresi liner berganda yang lain, yaitu: ***Regresi Linear Logistik Berganda; Regresi Linear Ordinal Berganda; Regresi Linear; Regresi Linier Multinomial Berganda,*** *dan* ***Regresi Linear Data Panel Berganda*** akan dibahas terpisah dari buku ini.

8.5. Regresi Non Linier

Regresi non linier merupakan suatu metode analisis regresi untuk mendapatkan model non linier yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas. Menurut Draper dan Smith (1981), **model non linier** (yakni nonlinier dalam parameter yang akan diduga) dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu, **model linier intrinsik** dan **model non linier intrinsik**. Model linier intrinsik, jika suatu model adalah **linier intrinsik**, maka model ini dapat dinyatakan melalui transformasi yang tepat terhadap peubahnya ke dalam bentuk linier baku, seperti regresi eksponensial. **Kemudian model non linier intrinsik,** jika suatu model adalah non linier intrinsik, maka model ini tidak dapat diubah menjadi bentuk baku. Apabila hubungan antara variabel terikat *Y* dan variabel bebas *X* bersifat non linier, artinya jika data asli X_i dan Y_i dibuatkan *scatterplot* tidak mengikuti garis lurus tetapi mengikuti suatu bentuk kurva tertentu, seperti kurva eksponensial, maka analisis regresi yang cocok untuk menjelaskan hubungan antara *X* dan *Y* tersebut adalah analisis regresi non linier sederhana.

Jika bentuk linier diterima, kemudian disusul bahwa regresi itu sebagai suatu kesatuan berarti adanya dan yakin bahwa koefisien regresi yang diperoleh tidak dapat diabaikan, maka dapat membuat kesimpulan berdasarkan regresi itu. Macam-macam bentuk persamaan regresi non linier sebagai berikut:

a. **Parabola atau polinum pangkat dua**

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon_i$$

b. **Parabola kubik atau polinum pangkat tiga**

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon_i$$

c. **Polinum pangkat k (k ≥ 2), berbentuk**

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + ... + \beta_k X^k + \varepsilon_i$$

d. **Eksponensial**

$$Y_i = \beta_0 \; e^{\beta_1 X} \cdot \varepsilon_i$$

e. **Geometrik**

$$Y_i = \beta_0 + X^{\beta_1}$$

f. **Logistik**

$$Y_i = \frac{1}{\beta_0 \; \beta_1{}^X}$$

g. **Hiperbola**

$$Y_i = \frac{\beta_0}{\beta_1 \; X}$$ (Sudjana, 2003)

a. **Analisis Regresi Eksponensial Sederhana**

Regresi eksponensial adalah regresi non-linier yang variabel terikatnya berdistribusi eksponensial, lalu dalam *scatter plot* terbentuk garis seperti eksponesial dan merupakan pengembangan dari regresi linier dengan memanfaatkan fungsi logaritmik. Model regresi eksponensial mempunyai peranan penting dalam beberapa bidang statistik dan telah banyak digunakan pada beberapa penelitian yaitu penelitian data survival, penelitian tentang ketahanan benda-benda produksi, dan penelitian pada bidang kedokteran. Bila sekelompok data tampaknya paling baik disajikan melalui kurva regresi yang tak linier, maka harus mencoba menentukan kurva dan menduga parameternya.

b. **Distribusi Eksponensial**

Distribusi eksponensial merupakan suatu distribusi yang berguna untuk mencari selisih waktu yang terjadi dalam suatu peluang tertentu. Dalam distribusi eksponensial ini digunakan pencarian atau pengolahan data dengan menggunakan variabel acak, dimana variabel acak itu sendiri adalah variabel yang berupa nilai atau angka yang merupakan hasil dari eksperimen acak. Variabel acak bersifat diskrit bila hanya berupa nilai tertentu yang dapat dihitung. Namun variabel acak bersifat kontinu bila mana berupa suatu nilai manapun dalam suatu interval.

Pada kenyataannya dalam analisis regresi eksponensial, data yang menjadi variabel terikat haruslah distribusi eksponensial dulu, barulah bisa dilanjutkan pada tahap berikutnya. Pengujian data variabel terikat berdistribusi eksponensial dapat menggunakan uji *Chi-Square,* tujuannya adalah menguji apakah data sampel mempunyai distribusi yang mendekati distribusi teoritis atau hipotesis tertentu seperti distribusi eksponensial, binomial, poisson dan normal.

Mekanisme dalam pengujian Uji *Chi-Square* ini adalah sebagai berikut:

a. Hipotesis

H_0: Data berdistribusi eksponensial

H_1: Data tidak berdistribusi eksponensial

b. Menentukan taraf signifikansi (α) dan nilai $\chi^2_{(\alpha,n-1)}$ ditentukan dengan derajat kebebasan $df = n$-1

c. Statistik Uji

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Dimana:

χ^2 : Uji *Chi-Square*

O_i : frekuensi observasi ke i, $i=1,2,..n$

E_i : frekuensi ekspektasi ke i

d. Daerah Kritik

Untuk memperoleh keputusan pengujian nilai statistik uji χ^2 dibandingkan dengan tabel *Chi-Square* yaitu H_0 ditolak jika nilai $\chi^2 > \chi^2_{(\alpha;n-1)}$

e. Model Regresi Eksponensial

Model ini banyak digunakan untuk memodelkan pertumbuhan populasi makhluk hidup. Mengenal teori tentang pertumbuhan penduduk yang dikembangkan oleh Mathus, dalam teori tersebut dijelaskan bagaimana model eksponensial itu sendiri. Secara umum model eksponensial dirumuskan sebagai berikut (Sudjana, 2003):

$$Y_i = \beta_0 e^{\beta_1 X_i} \cdot \varepsilon_i \qquad i=1,2,...,n$$

Dimana:

Y : variabel terikat untuk observasi ke-i

X : variabel bebas

β : parameter model regresi

e : 2,71828

ε_i : residual

Menurut Atmaja (2009), berdasarkan persamaan regresi eksponensial ini dapat disimpulkan bahwa jika tanpa adanya pengaruh dari variabel bebas maka tidak dapat diperkirakan untuk variabel terikatnya, dan jika adanya pengaruh dari variabel bebas maka dapat diperkirakan nilai kenaikkan atau penambahannya secara eksponensial.

f. Estimasi Parameter Model Regresi Eksponensial

Model transformasi logaritmik merupakan model dalam proses perhitungan parameternya (*model fitting)* dilakukan dengan transformasi logaritma. Salah satu dari beberapa model yaitu model regresi eksponensial yang akan ditransformasi dari bentuk non linier akan menjadi persamaan bentuk linier untuk dapat dilakukan pengujian regresi linier.

Bentuk model regresi eksponensial pada persamaan (21) akan diformulasikan menjadi fungsi *Ln* dinyatakan sebagai

$$Ln\,Y_i = (Ln\beta_0 e^{\beta_1 X_i} \cdot \varepsilon_i)$$

Dari persamaan (22) fungsi *Ln* dijabarkan maka diperoleh

$$Ln\,Y_i = Ln\beta_0 + Ln\,e^{\beta_1 X_i} + Ln\varepsilon_i$$

Selanjutnya persamaan (23) memiliki *Ln e* = 1, dan diperoleh

$$Ln\,Y_i = Ln\beta_0 + \beta_1 X_i \cdot 1 + Ln\varepsilon_i$$

Dengan ini maka persamaan (24) dinyatakan sebagai

$$Ln\,Y_i = Ln\beta_0 + \beta_1 X_i + Ln\varepsilon_i$$

Persamaan (26) merupakan persamaan fungsi semi-logaritmik antara Ln *Y* dengan *X* dan merupakan persamaan garis lurus dengan kemiringan β_1 dan memotong sumbu LnY_i di $Ln\ \beta_0$. Untuk menyederhanakan penyelesaian persamaan tersebut, maka dilakukan permisalan sebagai berikut:

$$P_i = \hat{A} + \hat{B}X_i + e_i$$

Dimana:

$\boldsymbol{P_i = Ln\, Y_i}$ $\hat{A} = \boldsymbol{Ln\, \beta_0}$

$\boldsymbol{X_i = X_i}$ $\hat{B} = \boldsymbol{\beta_1}$

$e_i = Ln\varepsilon_i$

Karena dari persamaan (26) identik dengan persamaan (1) maka untuk untuk mencari estimasi koefisien *A* dan *B* adalah sebagai berikut

Berdasarkan persamaan (3) sampai dengan persamaan (6) dilakukan dengan cara yang sama, maka akan di bentuk persamaan yang sudah dibagi dengan negatif dua yang menghasilkan persamaan:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(P_i - \hat{A} - \hat{B}X_i\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i\left(P_i - \hat{A} - \hat{B}X_i\right) = 0$$

Dengan menjabarkan sistem persamaan (27) dan (28) akan diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = n\hat{A} + \hat{B}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i P_i = \hat{A}\sum_{i=1}^{n} X_i + \hat{B}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$$

Dengan metode eliminasi dan substitusi penjelasan dari sistem persamaan (29) dan (30), dimana pemisalan P_i akan diubah menjadi $Ln\, Y_i$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{B} = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \cdot LnY_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} LnY_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} X_i^{\,2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}$$

$$\hat{A} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} LnY_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \cdot LnY_i\right)}{n(\sum_{i=1}^{n} X_i^2) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}$$

Penjelasan lebih terinci dan contoh penyelesaian kasus Regresi Non Linier akan dibahas dalam Buka Statistik II Lanjutan

8.6. Korelasi

Secara sederhana, korelasi dapat diartikan sebagai hubungan, korelasi tidak hanya dipahami sebatas pengertian hubungan, karena. Korelasi merupakan salah satu teknik analisis dalam statistik yang digunakan untuk mencari hubungan antara dua variabel yang bersifat kuantitatif. Dua variabel dikatakan berkolerasi apabila perubahan pada variabel yang satu akan diikuti perubahan pada variabel yang lain secara teratur dengan arah yang sama (korelasi positif) atau berlawanan (korelasi negatif).

Dalam Matematika, korelasi merupakan ukuran dari seberapa dekat dua variabel berubah dalam hubungan satu sama lain. Sebagai contoh, bisa menggunakan tinggi badan dan usia anak sebagai variabel dalam korelasi positif. Semakin tua usia anak, maka tinggi badannya pun menjadi semakin tinggi, atau sebaliknya semakin tinggi badan anak usia anak tersebut semakin tua. Hubungan ini disebut korelasi positif karena kedua variabel mengalami perubahan ke arah yang sama, yakni dengan meningkatnya usia, maka tinggi badan pun ikut meningkat. Hubungan pada korelasi, merupakan hubungan timbal balik, berbeda dengan korelasi yang mempunyai hubungan kausal (nilai satu variabel mempengaruhi nilai variabel lain)

Sementara itu, juga bisa menggunakan harga suatu produk dan jumlah barang yang diminta sebagai contoh dalam korelasi negatif. Semakin tinggi harga suatu barang semakin sedikit jumlah barang yang diminta, atau sebaliknya semakin sedikit barang maka harga barang semakin rendah. Hubungan ini disebut korelasi negatif karena kedua variabel mengalami perubahan ke arah yang berlawanan.

Korelasi sebagai sebuah analisis memiliki berbagai jenis menurut tingkatannya. Beberapa tingkatan korelasi yang telah dikenal selama ini antara lain adalah korelasi sederhana, korelasi parsial, dan korelasi ganda. Berikut ini adalah penjelasan dari masing-masing korelasi dan bagaimana cara menghitung hubungan dari masing-masing korelasi tersebut.

1. Korelasi Sederhana

Korelasi Sederhana merupakan suatu teknik statistik yang dipergunakan untuk mengukur kekuatan hubungan antara 2 variabel dan juga untuk dapat mengetahui bentuk hubungan keduanya dengan hasil yang bersifat kuantitatif. Kekuatan hubungan antara 2 variabel yang dimaksud adalah apakah hubungan tersebut kuat, sedang atau lemah. Sedangkan bentuk hubungannya adalah apakah bentuk korelasinya linear positif atau linear negatif.

Di antara sekian banyak teknik-teknik pengukuran asosiasi, terdapat dua teknik korelasi yang sangat populer sampai sekarang, yaitu **Korelasi Pearson Product Moment** dan **Korelasi Rank Spearman**.

Korelasi Pearson Product Moment adalah korelasi yang digunakan untuk data kontinu dan data diskrit. Korelasi pearson cocok digunakan untuk statistik parametrik. Ketika data berjumlah besar dan memiliki ukuran parameter seperti mean dan standar deviasi populasi. Sedang ***Korelasi Pearson*** menghitung korelasi dengan menggunakan variasi data. Keragaman data tersebut dapat menunjukkan korelasinya. Korelasi ini menghitung data apa adanya, tidak membuat ranking atas data yang digunakan seperti pada korelasi Rank Spearman. Ketika memiliki data numerik seperti nilai tukar rupiah, data rasio keuangan, tingkat pertumbuhan ekonomi, data berat badan dan contoh data numerik lainnya, maka Korelasi Pearson Product Moment cocok digunakan. Sebaliknya, Koefisien Korelasi Rank Spearman digunakan untuk data diskrit dan kontinu namun untuk statistik nonparametrik. Koefisien korelasi Rank Spearman lebih cocok untuk digunakan pada statistik nonparametrik. Statistik nonparametrik adalah statistik yang digunakan ketika data tidak memiliki informasi parameter, data tidak berdistribusi normal atau data diukur dalam bentuk ranking. Berbeda dengan Korelasi Pearson, korelasi ini tidak memerlukan asumsi normalitas, maka korelasi Rank Spearman cocok juga digunakan untuk data dengan sampel kecil.

Korelasi Rank Spearman menghitung korelasi dengan menghitung ranking data terlebih dahulu. Artinya korelasi dihitung berdasarkan orde data. Ketika peneliti berhadapan dengan data kategorik seperti kategori pekerjaan, tingkat pendidikan, kelompok usia, dan contoh data ketegorik lainnya, maka Korelasi Rank Spearman cocok digunakan. Korelasi Rank Spearman pun cocok digunakan pada kondisi dimana peneliti dihadapkan pada data numerik (kurs rupiah, rasio keuangan, pertumbuhan ekonomi), namun peneliti tidak memiliki cukup banyak data (data kurang dari 30).

Nilai korelasi berkisar antara 1 sampai -1, nilai semakin mendekati 1 atau -1 berarti hubungan antara dua variabel semakin kuat. Sebaliknya, jika nilai mendekati 0 berarti hubungan antara dua variabel semakin lemah. Nilai positif menunjukkan hubungan searah (X naik, maka Y naik) sementara nilai negatif menunjukkan hubungan terbalik (X naik, maka Y turun). Data yang digunakan dalam korelasi parsial biasanya memiliki skala interval atau rasio. Berikut adalah pedoman untuk memberikan interpretasi serta analisis bagi koefisien korelasi menurut Sugiyono:

0.00 - 0,199 = sangat lemah

0,20 - 0,3999 = lemah

0,40 - 0,5999 = sedang

0,60 - 0,799 = kuat

0,80 - 1,000 = sangat kuat

2. Korelasi Berganda

Korelasi Berganda (Korelasi Ganda) adalah bentuk korelasi yang digunakan untuk melihat hubungan antara tiga atau lebih variabel (dua atau lebih variabel independen dan satu variabel dependent. Korelasi ganda berkaitan dengan interkorelasi variabel-variabel independen sebagaimana korelasi mereka dengan variabel dependen. Korelasi ganda merupakan suatu nilai yang memberikan kuatnya pengaruh atau hubungan dua variabel atau lebih secara bersama-sama dengan variabel lain. Korelasi ganda merupakan korelasi yang terdiri dari dua atau lebih variabel bebas (X1,X2,…..Xn) serta satu variabel terikat (Y). Apabila perumusan masalahnya terdiri dari tiga masalah, maka hubungan antara masing-masing variabel dilakukan dengan cara perhitungan korelasi sederhana.

Korelasi ganda memiliki koefisien korelasi, yakni besar kecilnya hubungan antara dua variabel yang dinyatakan dalam bilangan. Koefisien Korelasi disimbolkan dengan huruf R. Besarnya Koefisien Korelasi adalah antara -1; 0; dan +1. Besarnya korelasi -1 adalah negatif sempurna yakni terdapat hubungan di antara dua variabel atau lebih namun arahnya terbalik, +1 adalah korelasi yang positif sempurna (sangat kuat) yakni adanya sebuah hubungan di antara dua variabel atau lebih tersebut, sedangkan koefisien korelasi 0 dianggap tidak terdapat hubungan antara dua variabel atau lebih yang diuji sehingga dapat dikatakan tidak ada hubungan sama sekali.

3. Uji Korelasi Berganda

Suatu uji korelasi berganda (ganda) yang bermaksud untuk melihat hubungan antara tiga atau lebih variabel (dua atau lebih variabel independent dan satu variabel dependent). Korelasi ganda berkaitan dengan interkorelasi variabel-variabel independen sebagaimana korelasi mereka dengan variabel dependen. Korelasi ganda adalah suatu nilai yang memberikan kuatnya pengaruh atau hubungan dua variabel ataulebih secara bersama-sama dengan variabel lain. Korelasi Ganda (*multiple correlation)* merupakan korelasi yang terdiridari dua variabel bebas (X1, X2) serta satu variabel terikat (Y). Apabila perumusan masalahnya terdiri dari tiga masalah, maka hubungan antaramasing-masing variabel dilakukan dengan cara perhitungan korelasi sederhana, oleh karena itu berikut ini hanya akan dikemukakan cara perhitungan ganda antara X1, dan X2 dengan Y.

Rumus Uji Korelasi Ganda

Rumus untuk mencari Uji Korelasi Ganda yaitu:

$$R_{X_1X_2Y} = \sqrt{\frac{r^2X_1Y + r^2X_2Y + -2.rX_1Y.rX_2Y.rX_1X_2}{1 - r^2X_1X_2}}$$

Namun untuk mengetahui signifikasi korelasi ganda x_1 dan x_2 terhadap Y. Dapat dicari dengan rumus F_{hitung} dibandingkan dengan F_{tabel}.

Sedangkan rumus mencari F_{hitung} adalah sebagai berikut:

$$F_{hitung} = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{(1-R^2)}{(n-k-1})}$$

Keterangan:

R : Nilai koefisien korelasi ganda
K : Jumlah variabel bebas (independen)
n : Jumlah sampel

Dengan signifikansi pengujian:

$F_{hitung} > F_{tabel}$ maka signifikan
$F_{hitung} < F_{tabel}$ maka tidak signifikan

Sedangkan untuk mencari F_{tabel} dapat dicari dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,01$ atau $\alpha = 0,05$
Adapun rumus F_{tabel} adalah :

$$F_{tabel} = F_{(1-\alpha)\{(db=k),(db=n-k-1)\}}$$

Langkah-Langkah Analisis Uji Korelasi Ganda

1. **buatlah H_a dan H_0 dalam bentuk kalimat**
2. **buatlah H_a dan H_0 dalam bentuk statistik**
3. **tabel penolong untuk menghitung nilai korelasi ganda**
4. **masukkan angka statistika dari tabel penolong menggunakan rumus:**
5. **menguji signifikasi degan rumus F_{hitung}**

$$F_{hitung} = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{(1-R^2)}{(n-k-1})}$$

carilah nilai dari F_{tabel} menggunakan tabel F dengan rumus :

$$F_{tabel} = F_{(1-\alpha)\{(db=k),(db=n-k-1)\}}$$

5. **Uji Signifikansinya**
6. **buat kesimpulan**

Itulah tata cara menggunakan rumus uji korelasi berganda yang bisa dijadikan referensi.

Contoh Uji Korelasi Berganda

Misalkan dalam kasus ini menggunakan judul " Hubungan Motivasi Kerja dan Kemampuan Pegawai Terhadap Pelayanan Masyarakat Pada Dinas Sosial Kota Surabaya"

Dalam judul di atas, diketahui:

1. Variabel Motivasi Kerja (x_1)
2. Variabel Kemampuan Pegawai (x_2)
3. Variabel Pelayanan Masyarakat (Y)
4. Sampel (Misalkan dalam contoh ini hanya 5 sampel)
5. Tingkat Kesalahan

Pertanyaan?

Apakah ada hubungan yang signifikan antara Variabel Motivasi Kerja (x_1) dan Variabel Kemampuan Pegawai (x_2) secara bersama-sama terhadap Pelayanan Masyarakat (Y). Buktikan!

Misalkan didapatkan data sebagai berikut.

Tabel: 8.12
Data Motivasi Kerja, Kemampuan Pegawai dan Pelayanan Masyarakat

No.	x_1	x_2	Y
1	48	97	61
2	47	77	40
3	47	99	48
4	41	77	54
5	41	77	34
Jumlah	**224**	**427**	**237**

Langkah-langkah menguji Korelasi ini.

1. Buatlah pernyataan H_a dan H_0 dalam bentuk kalimat

H_a : Terdapat hubungan yang signifikan antara motivasi kerja dan kemampuan pegawai terhadap pelayanan masyarakat pada dinas XXX Kota Pangkalpinang

H_0 : Tidak terdapat hubungan yang signifikan antara motivasi kerja dan kemampuan pegawai terhadap pelayanan masyarakat pada dinas XXX Kota Pangkalpinang

Pernyataan hipotesis H_a dan H_0 dalam bentuk statistik:

$$H_a : R \neq 0$$

$$H_0 : R = 0$$

Rumus Analisis Korelasi Ganda (R)

$$R_{X_1X_2Y} = \sqrt{\frac{r^2X_1Y + r^2X_2Y + -2.rX_1Y.rX_2Y.rX_1X_2}{1 - r^2X_1X_2}}$$

Tabel: 8.13
Penyelesaian Korelasi Berganda

No	(x_1)	(x_2)	(Y)	$\sum x_1^2$	$\sum x_2^2$	$\sum y^2$	$(\sum x_1y)$
1	48	97	47	2304	9409	2209	2256
2	47	77	45	2209	5929	2025	2115
3	47	99	48	2209	9801	2304	2256
4	41	77	40	1681	5929	1600	1640
5	41	77	39	1681	5929	1521	1599
Jumlah	224	427	219	10084	36997	9659	9866

Berdasarkan tabelperhitungan korelasi berganda di atas,

Lanjutkan perhitungan . . . ., dan

a. **Uji signifikasi dengan rumus** F_{hitung}
b. **Bagaimana hubungan antar variabel di atas**
c. **Buat kesimpulan**

RINGKASAN

Perbedaan mendasar antara korelasi dengan regresi walau sama-sama alat analisis statistik untuk melihat hubungan antar variabel atau lebih, tetapi mempunyai funsi yang berbeda. Hubungan antar variabel dalam korelasi dua arah (saling berhubungan), sementara hubungan antar variabel dalam regresi adalah hubungan kausal (sebab akibat), sehingga dalam korelasi semua variabel bersifat independen, sedang pada korelasi variabelnya terdiri variabel bebas (penentu) dan variabel tergantung (terikat).

Baik regresi maupun korelasi, ada yang linier dan non-linier. Dalam analisis Regresi ada Analisis Linier Sederhana dan Analisis Regresi Berganda, dalam Analisis Korelasi juga terdapat Korelasi Sederhana dan Korelasi Berganda. Jenis Data dalam Regresi dan Korelasi berbeda dengan data pada analsisis Trend, dimana untuk Trend variabel X nya adalah waktu (time), sementara dalam Analisis Regresi dan Korelasi semua variabelnya adalalah random atau stokastik.

Hasil analisis Korelasi, hanya menujukkan tingkat hubungan antar variabel, apakah mempunyai hubungan Nyata atau Tidak, dan hungunan yang: Sangat Lemat, Lemah, Sedang, Kuat dan Sangat Kuat, sementara Analisis Regresi selain melihat Nyata atau Tidak pengruhnya, juga dilihat berpengruh Positip atau Negatip, dan yang lebih penting berapa besar pengaruh variabel bebas terhadap varaiabel tergantung.

SOAL LATIHAN

1. *Suatu sampel acak terdiri atas 20 keluarga di suatu daerah, memberikan data sbb.:*

X	*15*	*20*	*25*	*20*	*25*	*30*	*16*	*15*	*25*	*20*
Y	*10*	*15*	*20*	*16*	*22*	*25*	*15*	*14*	*10*	*18*

X	*16*	*18*	*20*	*25*	*30*	*25*	*19*	*10*	*20*	*20*
Y	*12*	*15*	*15*	*20*	*25*	*23*	*16*	*8*	*15*	*17*

X = pendapatan keluarga perbulan dalam ratusan ribu rupiah

Y = pengeluaran keluarga perbulan dalam ratusan ribu rupiah

a) Jika diduga bahwa hubungan antara pendapatan keluarga dan pengeluaran keluarga linear, tentukan persamaan regresi dugaannya

b) Bila dianggap asumsi-asumsi dalam analisis regresi linear terpenuhi, ujilah apakah ada hubungan antara pendapatan keluarga perbulan dan pengeluaran keluarga perbulan. Gunakan α *= 0,05.*

2. Suatu penelitian dilakukan terhadap 20 mahasiswa semester satu yang diambil secara acak untuk menentukan apakah nilai mutu rata-rata (NMR) pada akhir tahun pertama (Y) dapat diprediksi dari nilai ujian masuk (X). Data yang diperoleh sbb.

X	*5,5*	*4,8*	*4,7*	*3,9*	*4,5*	*6,2*	*6,0*	*5,2*	*4,7*	*4,3*
Y	*3,1*	*2,3*	*3,0*	*1,9*	*2,5*	*3,7*	*3,4*	*2,6*	*2,8*	*1,6*

X	*4,9*	*5,4*	*5,0*	*6,3*	*4,6*	*4,3*	*5,0*	*5,9*	*4,1*	*4,7*
Y	*2,0*	*2,9*	*2,3*	*3,2*	*1,8*	*1,4*	*2,0*	*3,8*	*2,2*	*1,5*

a) Jika hubungan antar NMR dan nilai ujian masuk dapat dinyatakan dengan garis linear, tentukan persamaan regresi linear dugaannya.

b) Bila dianggap asumsi-asumsi dalam analisis regresi linear terpenuhi, ujilah apakah ada hubungan antara nilai ujian masuk dan nilai mutu rata-rata (NMR) pada akhir tahun pertama. Gunakan α *= 0,05.*

c) Tentukan nilai dugaan untuk NMR jika nilai ujian masuk 6,0

3. *Bagian kepegawaian suatu perusahaan menggunakan 12 orang dalam suatu penelitian untuk menentukan hubungan antara nilai prestasi kerja (Y) dan nilai empat tes, yaitu tes kemampuan di bidang IT (X_1), kemampuan berbahasa Inggris (X_2), kemampuan bekerja sama (X_3), dan kemampuan berkomunikasi (X_4). Datanya adalah sebagai berikut*

Y	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**X_4**
11,2	*56,5*	*71,0*	*38,5*	*43,0*
14,5	*59,5*	*72,5*	*38,2*	*44,8*
17,2	*69,2*	*76,0*	*42,5*	*49,0*
17,8	*74,5*	*79,5*	*43,5*	*56,3*
19,3	*81,2*	*84,0*	*47,5*	*60,2*
24,5	*88,0*	*86,2*	*47,4*	*62,0*
21,2	*78,2*	*80,0*	*44,5*	*58,1*
16,9	*69,0*	*72,0*	*41,8*	*48,1*
14,8	*58,1*	*68,0*	*42,1*	*46,0*
20,0	*80,5*	*85,0*	*48,1*	*60,3*
13,2	*58,3*	*71,0*	*37,5*	*47,1*
22,5	*84,0*	*87,2*	*51,0*	*65,2*

a. *Ujilah apakah ada hubungan linear antara nilai prestasi kerja (y) dan nilai empat tes, yaitu tes kemampuan di bidang IT, kemampuan berbahasa Inggris, dan kemampuan bekerja sama, kemampuan berkomunikasi. Gunakan $\alpha = 0{,}05$.*

b. *Manakah diantara empat variable yang secara signifikan berpengaruh terhadap prestasi kerja?*

c. *Berdasarkan hasil b) Tentukan persamaan regresi linear dugaannya.*

d. *Lakukan uji asumsi dalam analisis regresi linear dan simpulkan hasilnya.*

4. *Daya rentang produk fiber sintetis diperkirakan berhubungan dengan persentase bahan katun dalam fiber, waktu pengeringan fiber. Hasil percobaan terhadap 10 potong fiber yang diproduksi dalam beberapa kondisi yang berbeda diberikan pada Tabel berikut*

Y	**X_1**	**X_2**
213	*13*	*2,1*
220	*15*	*2,3*
216	*14*	*2,2*
225	*18*	*2,5*
235	*19*	*3,2*
218	*20*	*2,4*
239	*22*	*3,4*
243	*17*	*4,0*
233	*16*	*4,*
240	*18*	*4.3*

a) *Lakukan analisis regresi untuk menguji apakah ada hubungan linear antara persentase bahan katun dalam fiber dan waktu pengeringan dengan daya rentang fiber sintetis.*
b) *Tentukan persaman regresi dugaannya.*

Daftar Pustaka

Agus Widarjanto, (2010). *Analisis Statistik Multivariat Terapan*. Penerbit STI MANAJEMEN YKPN. Yogyakarta

Atmaja, Lukas Setia. (2009). *Statistik untuk Bisnis dan Ekonomi*. CV. Andi Offset: Yogyakarta.

Bianchi M., Boyle M., Hollingsworth D. (1999). "A comparison of methods for trend estimation", *Applied Economics Letters*, 6(2).

Chatfield, C. (1993). "Calculating Interval Forecasts", *Journal of Business and Economic Statistics*, II.

Cryer, Jonathan D. *Time Series Analysis*, (1986). Boston, Duxbury Press.

Damanhuri, E. (1995). *Statistika*. FTSP-ITB: Bandung.

Dayan, Anto. (1986). *Pengantar Metode Statistik Jilid II*, LP3ES, Jakarta.

Draper, N.R & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis, Third Edition.* John Wiley & Sons: Canada.

Field, A. (2009). *Discovering Statistics Using SPSS* (Third Edition). California: SAGE Publisher.

Furqon. (2013). *Statistik Terapan untuk Penelitian*. Penerbit Abusha. Bandung.

Gujarati, Damodar. (2006). *Dasar-Dasar Ekonometrika.* Erlangga: Jakarta.

Hasan, M.Iqbal (2005). *Pokok-pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensif)*. Jakarta, PT Bumi Aksara.

Iriawan, Nur & Astuti, Septin Puji. (2006). *Mengolah Data Statistik dengan mudah menggunakan Minitab 14* (Yogyakarta: ANDI).

Jonathan Sarwono (2018). *Statistik untuk Riset Skripsi*. Penerbit Andi. Yogyakarta.

Mantra, Ida Bagus. (2000). *Demografi Umum.* Pustaka Pelajar: Jakarta.

Mc. Clave, James & Districh II, Frank. (1985). *Statistics, Third Edition*, Dellen, Publishing Company, San Francisco.

Nasoetion, Andi Hakim & Barizi. (1987). *Metode Statistika*, PT. Gramedia Jakarta, Jakarta.

Nawari. (2010). *Analisis Regresi dengan Ms Excel 2007 dan SPSS 17.* PT.Elex Media Komputindo: Jakarta.

Pangestu Subagyo (2010). *Statistik Terapan*. Penerbit BPFE. Yogyakarta.

Sembiring, R.K. (1995). *Analisis Regresi.* ITB Bandung: Bandung.

Shocharul R. dkk. (2011). *Cara Cerdas Menguasai EViews*. Penerbit Salemba Empat. Jakarta.

Siagian, Dergibson & Sugiarto. (2002). *Metode Statistika untuk Bisnis dan Ekonomi*, Jakarta, PT Gramedia Pustaka Utama.

Singgih Santoso. (2000). Latihan SPSS Statistik Parametrik. Penerbit PT Elex Media Komputindo, Gramedia. Jakarta.

Spiegel, R. Murray & Stephens, Larry J. (2007). *Statistik Schaum's OuTlines, Edisi Ketiga*. Jakarta, Erlangga.

Sudjana. (2003). *Teknik Analisis Regresi dan Korelasi*. PT. Tarsito: Bandung.

Sudjana. (2005). *Metode Statistika*. PT. Tarsito: Bandung.

Sugiyono, (2007). *Statistika untuk Penelitian.* CV. Alfabeta: Bandung.

Suharyadi dan Purwanto S.K. (2008). Statistika untuk Ekonomi dan Keuangan Modern Edisi 2. Buku 1. Penerbit Salemba Empat Jakarta.

Supranto, J. (2000). *Statistika: Teori dan Aplikasi.* Erlangga: Jakarta.

Sutrisno Hadi (2017). *Statistik*. Penerbit Pustaka Pelajar. Yogyakarta.

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika*. PT. Gramedia Pustaka Utama: Jakarta.

Wibowo, Mardi. (2001). *Pemodelan Statistik Hubungan Debit dan Kandungan Sedimen Sungai.* Jurnal Teknologi Lingkungan Volume 2, No. 3

Yamin, Sofyan dan Kurniawan, Heri (2009*). SPSS COMPLITE: Teknik Analisis Statestik Terlengkap*. Penerbit Salemba Infotek, Jakarta.

Penerbit :
UWKS PRESS
Jl. Dukuh Kupang XXV/ 54 Surabaya, Jawa Timur 60225
Telp. (031) 5677577
Hp. 081703875858 / 085745182452
Email : uwkspress@gmail.com / uwkspress@uwks.ac.id

ISBN 978-623-90079-3-5
9 786239 007935